جامعة التكوين المتواصل
مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك
ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – الرصيد: 04 – المعامل: 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-2021

عنوان المقطع الأول: مفاهيم عامة حول علم الإحصاء.

أهداف المحور: في نهاية هذا المقطع يصبح الطالب ملم بمختلف المفاهيم الأساسية المتعلقة بعلم الإحصاء والتمييز بين أهم المصطلحات المتداولة فيه والمتمثلة في: المجتمع الإحصائي، الوحدة الإحصائية، المتغيّر الإحصائي وأنواعه.

الفقرة 1: ماهية علم الإحصاء.

المفهوم السائد عن الإحصاء هو تلك الأرقام والبيانات التي تقوم الدول والهيئات أو بعض الوكالات بجمعها ومعالجتها لتناسب أغراضا معيّنة، كتلك التي تهتم بتعداد السكان أو تلك التي تهدف إلى رصد المواليد والوفيات.

ويعتبر الإحصاء اليوم بقسميه النظري والتطبيقي فرعا مهما من فروع العلم والمعرفة لأنه يدرس بشكل أساسي الناحية الكمية للظواهر باستخدام الطرق والمبادئ الإحصائية المناسبة. فهو يدرس الظاهرة حسب المكان وعلاقتها بالظواهر الأخرى، كما يدرس تطور هذه الظواهر حسب الزمان والتنبؤ بحجمها في المستقبل أخذا بعين الاعتبار العوامل التي تؤثر على هذه الظواهر في الماضي وتغيّر هذه العوامل أو تغيّر تأثيرها في المستقبل الذي لا غنى عنه لمعرفة حقيقة الظواهر والتخطيط لها.

1-علم الإحصاء: يشار لعلم الإحصاء على أنه مجموعة الطرق العلمية القياسية التي يمكن توظيفها لجمع المعطيات (البيانات والمعلومات) الإحصائية عن الظواهر وتبويبها وتلخيصها وتقييمها والخروج من خلالها باستنتاجات حول مجموع وحدات المجتمع.

ويعرّف بأنه ذلك الفرع من فروع المعرفة الذي يختص بدراسة أساليب ووسائل معالجة البيانات التي تنشأ في كافة مجالات العلوم الاجتماعية والطبيعية، كما أنه يعتبر الإحصاء علم كبقية العلوم لأنه يمتاز بالمراحل الأربعة التي تمتاز بها بقية العلوم وهي:

- **المشاهدة:** العالم يشاهد ما يحدث، ويدوّن الحقائق المتعلقة بالمشكلة التي يود أن يدرسها؛
- **الفرضية:** لتفسير الحقائق المتعلقة بالمشكلة التي يود العالم أن يدرسها ويصوغ ما في ذهنه على شكل فرضيات تعبر على ما تحتويه البيانات التي جمعها؛
- **التنبؤ:** يستنتج العالم من فرضياته بعض الحقائق؛
- **التحقق:** يقوم العالم بجمع بيانات جديدة ويضع فرضيات جديدة وباستنتاج حقائق جديدة للتأكد من صحة تنبؤه.

على الرغم من الفرق الشاسع بين مصطلح "الإحصاء" والمصطلحات التالية " تعداد، إحصاءات" إلا أن أغلبية الباحثين لا تحسن التمييز بين هذه المصطلحات، ولإزالة هذا التداخل نعطي التعاريف التالية:

- **التعداد:** يقصد به عملية العد التي تقوم بها أجهزة مختصة تابعة لهيئات رسمية، وذلك بغرض الحصول على معطيات حول ظاهرة أو مجموعة من الظواهر، فالتعداد هو الحصر الكمي للظواهر؛

- **إحصائيات:** هي مجموعة المعلومات أو البيانات الكمية(الرقمية) والوصفية الخاصة بالظاهرة قيد الدراسة أو البحث، ويتم جمع هذه المعلومات من طرف هيئات مختصة وتقدمها بأساليب عملية في وثائق رسمية وغير رسمية لخدمة غرض محدد.

2-المجتمع الإحصائي: يعرف على أنه مجموعة المفردات موضع الدراسة، سواءا كانت هذه الوحدات أفراد أو أشياء أو قياسات والتي تشترك في صفات أو خصائص وسمات محددة، ويقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين:

- **المجتمع المحدود:** يعتبر المجتمع محدودا إذا كان بالإمكان حصر جميع وحدات الدراسة فيه: مثلا طلاب الجامعة الجزائرية يعتبر مجتمع محدود.
- **المجتمع غير المحدود:** في المجتمع غير المحدود فإن أسلوب دراسة جميع وحدات المجتمع والذي يطلق عليه بأسلوب الحصر الشامل يصبح مستحيلا، كذلك الحال في بعض المجتمعات المحدودة والتي لا يقبل المنطق تطبيق أسلوب الحصر الشامل، مثلا: فحص دم شخص، حيث لا يمكن سحب جميع دمه مما يؤدي إلى هلاكه، لذا فالأسلوب هنا يكمن في تبني أسلوب المعاينة.

3-الوحدة الإحصائية: هي العنصر الأولي محل الدراسة الإحصائية، أو هي القيمة المادية أو المعنوية التي تقع عليها الدراسة الإحصائية، مثل: الطالب (وحدة إحصائية) من جامعة معيّنة (مجتمع الطلبة)، وبالتالي فإن المجتمع الإحصائي هو مجموعة من الوحدات الإحصائية.

4-العينة الإحصائية وأنواعها: هي مجموعة جزئية من المجتمع لها نفس الخصائص يتم اختيارها لتمثيل المجتمع والاستدلال على خواصه، لذلك يجب أن تكون العيّنة ممثلة للمجتمع تمثيلا صادقا، يتم اختيارها بطرق مختلفة بغرض دراسة هذا المجتمع، نلجأ من أجل استخراج النتائج المطلوبة في وقت قصير كما تسمح لنا العينة بتوفير الجهد والتكاليف. يختلف حجم العيّنة حسب أهمية الدراسة وحسب الإمكانيات المادية والبشرية المتاحة للقيام بهذه الدراسة.

المعاينة هي الخطوات أو الطرق التي يتم إتباعها في عملية اختيار العيّنة، ويتوقف نجاح استخدام أسلوب المعاينة على عدة عوامل هي:

- كيفية تحديد حجم العينة؛
- طريقة اختيار مفردات العينة؛
- نوع العينة المختارة.

ويمكن تقسيم العينات وفقا لأسلوب اختيارها إلى نوعين هما:

4-1-العينات الاحتمالية (العشوائية): هي العينات التي يتم اختيار مفرداتها وفقا لقواعد الإحتمالات، بمعنى آخر هي التي يتم اختيار مفراداتها، من مجتمع الدراسة بطريقة عشوائية، بهدف تجنب التحيز الناتج عن اختيار المفردات بحيث يكون لكل عنصر فرصة أو احتمال أن يتواجد فيها، ومن أهم أنواع العينات الاحتمالية مايلي:

أ-العينة العشوائية البسيطة: تختار هذه العينة من **المجتمع الإحصائي** المراد دراسته عندما يكون متجانسا، أي أن جميع عناصره متماثلة كاختيار عينة من الطلاب جامعة ما جميع طلبتها من الذكور فقط، ويتم اختيار هذه العينة بحيث تكون فرص اختيار جميع مفرداتها من **المجتمع الإحصائي** متكافئة إذا افترضنا أن n هو حجم العينة و N هو حجم المجتمع الإحصائي، فإن فرصة أو احتمال ظهور كل عنصر في العينة هو $\frac{n}{N}$ كما أن هذه العينة **تسحب عناصرها عشوائيا** أما باتباع **طريقة القرعة** أو **بترقيم عناصر المجتمع الإحصائي** ثم اللجوء إلى جدول الأرقام العشوائية لسحب العناصر المناسبة لكل رقم عشوائي.

ب-العينة العشوائية الطبقية: يشترط في اختيار هذا النوع من العينات أن تحافظ على تجانس خصائص المجتمع من حيث تقسيماته المكنة، وتستخدم عندما يكون المجتمع مقسما إلى مجموعات بحيث تتشابه أفراد كل مجموعة بالصفات (تكون متجانسة) حيث تسمى كل مجموعة **بالطبقة.**

$$\text{حيث: عدد أفراد العينة الطبقية} = \frac{\text{حجم الطبقة}}{\text{حجم المجتمع}} \times \text{حجم العينة الكلية}$$

مثال تطبيقي: يراد اختيار عينة مكونة من 20 طالب من طلبة احدى الكليات، إذا علمت أن عدد طلاب هذه الكلية 1000 طالب وهم مقسمين كما يلي (حسب السنة): 400 طالب سنة أولى، 300 طالب سنة ثانية، 200 طالب سنة ثالثة، 100 طالب سنة رابعة.

بناء على ذلك كوّن العينة المطلوبة؟

السنة أولى: 400 طالب	السنة الثانية: 300 طالب	السنة الثالثة: 200 طالب	السنة الر ابعة: 100 طالب
العدد $= \frac{400}{1000} * 20 = 8$ نختار 8 من 400 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (399)	العدد $= \frac{300}{1000} * 20 = 6$ نختار 6 من 300 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (299)	العدد $= \frac{200}{1000} * 20 = 4$ نختار 4 من 200 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (199)	العدد $= \frac{100}{1000} * 20 = 2$ نختار 2 من 100 حسب العينة العشوائية البسيطة من (000) إلى (099)

ج-العينة العشوائية المنتظمة(النظامية): هي عينة يتم اختيار عناصرها باتباع نظام معين ويشترط ترقيم عناصر المجتمع من 01 إلى N **(حجم المجتمع)**، ويتم تكوينها كمايلي:

- نحسب أولا الكسر $\frac{N}{n}$ (n حجم العينة)، ونأخذ الرقم الصحيح من هذا الكسر نرمز له بالرمز r ثم نختار عددا طبيعيا عشوائيا بين 1 و **r** نرمز له بالحرف **d** العينة التي يتم تشكيلها أرقام عناصرها كمايلي:

d, $\boldsymbol{d+r, d+2r, d+3r, d+4r \dots\dots}$

<u>مثال تطبيقي</u>:N=300,n=24 نحسب $\frac{N}{n} = \frac{300}{24} = 12,5$ نأخذ الرقم الصحيح r=12

نأخذ:

$$d = 1 \rightarrow 1,13,25,37,49,61 \dots \dots \dots .277$$

$$d = 2 \rightarrow 2,14,26,38,50,62 \dots \dots \dots .278$$

$$d = 5 \rightarrow 5,17,29,41,53,65 \dots \dots \dots .281$$

د- العينة العشوائية العنقودية: هي عينة يتم تكوينها بإتباع عدة مراحل حيث يقسم المجتمع الإحصائي إلى مجموعات جزئية واضحة تسمى كل منها طبقة، ثم نقسم الطبقة إلى طبقات أخرى وهكذا، ونختار عيّنة عشوائية بسيطة من الطبقة الأخيرة تتناسب مع حجم الطبقة.

<u>مثال تطبيقي</u>: دراسة فرص العمل لطلاب جامعة معيّنة بعد التخرج، فالمطلوب هو تحديد أفضل عينة؟

في البداية نقوم بتقسيم الجامعة إلى كليات (كلية الطب، كلية الهندسة، كلية العلوم...إلخ) ثم نقوم بتقسيم هذه الكليات إلى تخصصات، ونأخذ عيّنة عشوائية بسيطة من كل تخصص ونجري الدراسة عليها.

4-2-العينات غير الاحتمالية (غير العشوائية): هي التي يتم اختيار مفرداتها بطريقة غير عشوائية حيث يقوم الباحث باختيار مفردات العينة بالصورة التي تحقق الهدف من المعاينة مثل اختيار عينة من المزارع التي تنتج التمور من النوع السكري، وأهم أنواع العينات غير الإحتمالية ما يلي:

أ-العينة الحصصية: نختار عناصرها ليس عشوائيا وإنما بطريقة متعمدة ويشترط فيها الحصص المطلوبة:

<u>مثال تطبيقي</u>: يختار طبيب مستشفى عينة من 10 مرضى لإجراء تحاليل طبيّة تجريبية ويشترط أن تتكون من 06 نساء و04 رجال.

ب-2-العينة العمدية (القصدية): الاختلاف بين العيّنة القصدية وبين العيّنة الحصصية هي عدم وجود أي حصص يتطلب احترامها ويكون الباحث حرا في اختياره.

ج-عينة الصدفة: تتكون من عناصر يتم مقابلتها بالصدفة، مثلا: اختيار تلاميذ من مدرسة معيّنة.

5-المتغيّرة و أنواعها: هي المقادير والصفات التي تقاس بها الميزات الإحصائية لأفراد المجتمع كما تعرف أيضا بأنها بيانات غير رقمية أو بيانات رقمية في شكل مستويات أو في شكل فئات رقمية وتنقسم حسب طبيعة الميزة الإحصائية المدروسة إلى قسمين:

5-1-البيانات الوصفية (المتغيّرة النوعية): لا يمكن التعبير عن حالتها بأرقام حيث لا يمكن قياسها أي هي البيانات التي تصف أفراد المجتمع الإحصائي، مثل لون الشعر أو البشرة أو تقديرات النجاح للطلاب في إحدى المواد...... وتنقسم بدورها إلى نوعين هما:

أ-متغيّرة نوعية ترتيبية(رتبية): وهي صفة نوعية يمكن ترتيب حالاتها المختلفة ترتيبا معينا.

<u>مثال تطبيقي:</u> تقديرات الطلبة في مشوارهم الدراسي، نجد الحالات التالية: ممتاز، جّد جدا، جيّد، متوسط، ضعيف، ضعيف جدا.

ب-متغيّرة نوعية غير ترتيبية: في هذا النوع لا يوجد أي معيار لترتيب حالاتها:

<u>مثال تطبيقي:</u> الحالة العائلية (أعزب-متزوج-مطلق-أرمل).

5-2-البيانات الكمية (المتغيّرة الكمية): هي تلك الخصائص التي يمكن قياسها وهي أكثر المتغيّرات انتشارا لكون لغة الإحصاء هي لغة الأرقام.

<u>مثال تطبيقي:</u> وزن الأشخاص يقاس بالكيلوغرام، أعمار الطلاب تقاس بالسنة، نتيجة الإمتحان تقاس بالدرجات، أجور العمال وتقاس بالدينار، .... وتنقسم بدورها إلى نوعين هما:

أ-متغيّرة كمية متقطعة: هي صفة كمية تأخذ حالاتها قيما ثابتة ومحددة (رقما واحدا محددا) لا تقبل وحدات قياسها التجزئة.

<u>مثال تطبيقي:</u> عدد حوادث المرور، عدد الأطفال في كل عائلة، عدد أفراد الأسرة.........

ب-متغيّرة كمية مستمرة (متصلة): هي التي يمكن قياسها بمعايير وحدود والتي تأخذ أي قيمة يمكن تمثيلها في مدى معيّن من الأعداد الحقيقية. ونظرا للعدد غير المتناهي لهذه القيّم تقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات.

<u>مثال تطبيقي:</u> دخل الأسرة، كميات الأمطار، وزن المنتوج........

الفقرة 2: منهجية البحث الإحصائي (الطريقة الإحصائية).

وبناء على ما سبق **فالطريقة الإحصائية** تتم بالخطوات التالية:

1-التحديد الدقيق للظاهرة المدروسة: أول مرحلة في البحث الإحصائي هي التحديد العام للظاهرة، إذ على الباحث أن يحدد بكل دقة الهدف من الدراسة الإحصائية، ثم المجتمع الإحصائي ومكانه والوقت المناسب لجمع البيانات حوله، والصفات المطلوب معرفتها ووحدات القياس المستخدمة.

2-جمع البيانات الإحصائية: إن جمع البيانات الإحصائية من أساسيات العمل الإحصائي، ولهذه المرحلة أهمية خاصة، في أي بحث إحصائي، إذ أن توفر البيانات الإحصائية الدقيقة والسليمة عن الظاهرة المدروسة، يعطي نتائج سليمة، ويساعد على اتخاذ قرار سليم بناء على تلك النتائج، وعلى الباحث أن يحدد مصدر جمع البيانات المرغوب فيها، وأساليب وطرق ذلك قبل البدء في العملية.

2-1-مصادر جمع البيانات: هناك مصدرين للحصول منها على البيانات هما:

أ-المصادر الأولية: وهي المصادر التي نحصل منها على البيانات بشكل مباشر، حيث يقوم الباحث نفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، فعندما يهتم الباحث بجمع بيانات عن الأسرة، يقوم بإجراء مقابلة مع رب الأسرة، ويتم الحصول منه مباشرة على بيانات خاصة بأسرته، مثل بيانات المنطقة التابع لها، والحي الذي يسكن فيه، والجنسية، والمهنة، والدخل الشهري، وعدد أفراد الأسرة، والمستوى التعليمي، .... وهكذا.

ويتميز هذا النوع من المصادر بالدقة والثقة في البيانات، لأن الباحث هو الذي يقوم بنفسه بجمع البيانات من المفردة محل البحث مباشرة، ولكن أهم ما يعاب عليها أنها تحتاج إلى وقت ومجهود كبير، ومن ناحية أخرى أنها مكلفة من الناحية المادية.

ب-المصادر الثانوية: وهي تشمل جميع المصادر التي يتم الحصول منها على البيانات بشكل غير مباشر، بمعنى آخر يتم الحصول عليها بواسطة أشخاص آخرين، أو أجهزة وهيئات رسمية متخصصة مثل دوريات وزارة الزراعة ومصلحة الإحصاء...إلخ.

ولهذه الطريقة فوائد متعددة أهمها أنها تؤدي إلى إقتصاد كبير في وقت الباحث ونفقاته، إلاّ أنها تشكو أيضا من بعض العيوب أهمها:

- قد تكون البيانات قديمة وغير متجددة؛
- قد لا تفي تماما بغرض البحث؛
- قد يكون بها بعض التحيّز الذي يعيق من الإستفادة من البيانات بصورة كاملة.

2-2-أساليب جمع البيانات: يتحدد الأسلوب المستخدم في جمع البيانات، حسب الهدف من البحث، وحجم المجتمع محل البحث، وهناك أسلوبين لجمع البيانات هما:

أ-أسلوب الحصر أو المسح الشامل: يتم في هذه الحالة جمع بيانات عن كل مفردة من مفردات المجتمع بلا إستثناء كحصر جميع المزارع التي تنتج التمور، أو حصر البنوك الإسلامية في المنطقة. ويتم اعتماد هذه الطريقة في الحالات التالية:

- البيانات المطلوبة تخص كل مفردة من مفردات المجتمع؛
- الحصول على نتائج أكثر دقة؛
- عدم تجانس مفردات المجتمع وإذا كان صغيرا نسبيا.

ب-أسلوب المعاينة (العيّنة الإحصائية): يعتمد هذا الأسلوب على معاينة جزء من المجتمع محل الدراسة، يتم اختياره بطريقة علمية سليمة، ودراسته ثم تعميم نتائج العينة على المجتمع، ومن ثم يتميز هذا الأسلوب بالآتي:

- تقليل الوقت والجهد؛
- تقليل التكلفة؛
- الحصول على بيانات أكثر تفصيلا، وخاصة إذا جمعت البيانات من خلال استمارة استبيان؛
- أسلوب المعاينة يفضل في بعض الحالات التي يصعب فيها إجراء حصر شامل، مثل معاينة دم المريض، أو إجراء تعداد لعدد الأسماك في البحر....إلخ.

ومن جانب آخر، يعاب على هذه الطريقة أن نتائجها تكون أقل دقة من نتائج أسلوب الحصر الشامل، وخاصة إذا كانت العيّنة المختارة لا تمثل المجتمع تمثيلا جيّدا.

3-تبويب وعرض البيانات: يعني عرض البيانات بصورة يمكن الاستفادة منها في وصف الظاهرة موضوع الدراسة، من حيث تمركز البيانات ودرجة تجانسها. وهناك طريقتين لعرض البيانات الإحصائية هما العرض الجدولي والعرض البياني.

4-تحليل البيانات الإحصائية: تحليل البيانات هو وسيلة الحصول على الإجابات المطلوبة في إشكالية البحث الإحصائي، حتى يتمكن الباحث من التحليل الإحصائي لجوانب الظاهرة المدروسة، ويتم ذلك عن طريق أدوات إحصائية كثيرة منها البسيط ومنها المعقد، تمسح باستقراء النتائج واستخلاص مدلولها، الذي هو هدف البحث الإحصائي.

5-تفسير البيانات الإحصائية: من المعروف أن في إعداد السياسات واتخاذ القرارات المتعلقة بالقضايا الاجتماعية والاقتصادية تبنى على أساس الدراسات الإحصائية من هنا كان لزاما على الإحصائي أن يكون ملما بمضمون الأعداد وأن يفسر النتائج المتوصل إليها وأن يشرح ما تعنيه.

جامعة التكوين المتواصل

مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك

ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – الرصيد: 04 – المعامل: 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-2021

عنوان المقطع الثاني: العرض الجدولي للبيانات الإحصائية.

أهداف المحور: في نهاية هذا المقطع يصبح الطالب قادرا على تنظيم البيانات الإحصائية في شكل توزيعات أو جداول تكرارية.

الفقرة 1: عرض البيانات جدوليا.

يعتبر تنظيم وعرض البيانات الإحصائية أول مرحلة للتحليل الإحصائي وتتقيّد هذه الطريقة على نوع هذه البيانات وعلى الحقائق المطلوب إبرازها منها. وعليه يمكن تنظيم وعرض البيانات إما عن طريق تصميم التوزيعات أو الجداول التكرارية أو باستعمال الرسوم البيانية.

يمكن عرض البيانات في صورة جدول تكراري، ويختلف شكل الجدول طبقا لنوع البيانات، وحسب عدد المتغيرات، ففي الجدول الإحصائي الأولي(البسيط) نضع في العمود الأول جميع الحالات الممكنة للمتغيّرة المدروسة ونرمز لها بالرمز X_i ، ونضع في العمود الثاني عدد عناصر المجتمع الإحصائي المقابلة لكل حالة أي التكرار المطلق n_i ، ويكون الجدول الإحصائي كمايلي:

الجدول التكراري البسيط

الحالات X_i	التكرار المطلق n_i
X_1	n_1
X_2	n_2
. . X_k	. . n_k
$\sum$ المجموع	$\sum_{i=1}^{k} n_i = N$

هذا الجدول يبين لنا أو يعطينا توزيع المجتمع الإحصائي حسب المتغيّرة المدروسة، يمكن إثراء هذا الجدول بإضافة عمودا ثالثا مخصصا لما يسمى بالتكرارات النسبية التي نرمز لها بـ f_i حيث $f_i = \frac{n_i}{N}$ ، كما يمكننا الحصول على نسب مئوية (تكرار نسبي مئوي) بضرب الحاصل في 100.

$$f_i = \frac{n_i}{N} * 100$$

1-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة النوعية: وهي الجداول التي تتضمن تكرارات متغيرات نوعية معينة للظاهرة المدروسة، كعدد المتزوجين، أو عدد حاملي شهادة ليسانس في تخصص ما، أو عدد العاطلين عن العمل، مثلا، وتحتوي هذه

الجداول على متغيّرة نوعية واحدة فقط (جداول تكرارية بسيطة) ويتم افراغ البيانات فيها كما هو مبين في المثال التالي والذي يبين لنا كيف يمكن تبويب البيانات الوصفية الخام في شكل جدول تكراري.

مثال تطبيقي: أخذت عينة عشوائية من الطلبة تتكون من 25 طالبا، ليتم استقصاءهم حول التقديرات التي تحصلوا عليها في مقياس المحاسبة، وتم ذلك من خلال ملأ استمارات خاصة، فكانت الإجابات في الاستمارات كمايلي:

ممتاز	جيّد	جيّد جدا	جيّد	جيّد
جيّد	ممتاز	ممتاز	جيّد جدا	جيّد جدا
جيّد جدا	ممتاز	جيّد جدا	ممتاز	جيّد
ممتاز	جيّد جدا	ممتاز	ممتاز	ممتاز
جيّد جدا	جيّد جدا	ممتاز	جيّد جدا	جيّد جدا

المطلوب: 1- ماهو المتغيّر ونوعه؟ وما المعيار المستخدم في قياس البيانات؟

2-أعرض البيانات في شكل جدول تكراري

3- كون التوزيع التكراري النسبي

4 -علق على النتائج.

حل المثال التطبيقي:

1-المتغير هو التقديرات، ونوعه: متغير وصفي (صفة نوعية غير رتبية)، والمعيار المستخدم :معيار اسمي.

2- لعرض البيانات في شكل جدول تكراري، يتم اتباع الآتي: تكوين جدول تفريغ البيانات.

وحتى نتجنب الخطأ خاصة إذا كان عدد الإستمارات أو عدد البيانات كبيرا، نقوم بأخذ استمارة بعد استمارة، ونضع تشطيبة عمودية صغيرة أمام الصفة التي تحتويها الإستمارة وذلك في عمود التعداد، وعندما نصل إلى التشطيبة الخامسة نضعها مقاطعة للأربعة الأولى بحيث تشكل لنا زمرة تتكون من خمسة تشطيبات ونستمر هكذا حتى ننتهي من تسجيل كل الاستمارات.

ومن البديهي أن نستخدم الزمر الخماسية على هذا المنوال، يسهل لنا عملية الجمع عند الإنتهاء من إفراغ البيانات في عمود التعداد وذلك ما يوضحه الجدول الموالي:

جدول تفريغ البيانات

الفرع	التكرار المطلق n_i	$f_i = \frac{n_i}{N} * 100$ التكرار النسبي المئوي
ممتاز	10	$f_1 = \frac{10}{25} * 100 = 40$
جيّد جدا	10	$f_2 = \frac{10}{25} * 100 = 40$
جيّد	05	$f_3 = \frac{5}{25} * 100 = 20$
المجموع	**25**	**100**

الشرح: يلاحظ أن التقديرات الشائعة بين الطلبة في مادة المحاسبة " ممتاز" وجيّد جدا" بنسبة 40% لكل تقدير مما يدل على أنهما يمثلان الأغلبية من بين طلبة العينة المستقصاة.

2-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة الكمية: وهي نوعان هما على التوالي:

2-1-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرة الكمية المتقطعة (المنفصلة): وهي الجداول التي تظهر عدد التكرارات كمية واحدة محددة وممثلة في رقم واحد فقط، تسمى هذه الكمية بالفئة، وبمعنى آخر هي التي تكون فيها المتغيّرة الكمية عبارة عن متغيرة متقطعة.

مثال تطبيقي: أرادت مسؤولة مكتبة جامعية تقرض الكتب الجامعية للطلاب أن تحصر عدد الكتب التي تقرضها في السداسي الأول من السنة الجامعية 2018-2019، فقامت هذه المسؤولة بإختيار عيّنة عشوائية متكونة من 12 طالب جامعي وسألت كل واحد منهم عن عدد الكتب التي طلبها من المكتبة في السداسي الأول وكانت الإجابات كمايلي:

4	5	4	4	3	2
2	3	1	0	3	3

لكي تكون هذه البيانات أكثر فائدة يجب أن يتم تنظيمها، ونلاحظ أن المتغير الذي ورد في العينة هو عدد الكتب التي يطلبها (يقرضها) الطالب في السداسي الأول وهو **متغير كمي متقطع**.

حل المثال التطبيقي: جدول توزيع تكراري للكتب المقترحة من طرف الطلبة

عدد الكتب (الفئة) x_i	التكرار المطلق n_i	التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$
0	01	$f_1 = \frac{1}{12} * 100 = 8{,}33$
1	01	$f_2 = \frac{1}{12} * 100 = 8{,}33$
2	2	$f_3 = \frac{2}{12} * 100 = 16{,}67$
3	4	$f_4 = \frac{4}{12} * 100 = 33{,}33$
4	3	$f_5 = \frac{3}{12} * 100 = 25$
5	1	$f_6 = \frac{1}{12} * 100 = 8{,}33$
المجموع	**12**	**100**

يرمز لقيمة الفئة i ولتكراراتها المطلقة بـ n_i، حيث i رقم الفئة

من الملاحظ أنه بمجرد أن توضع البيانات الخام في جدول تكراري يصبح من السهل ملاحظة الوتيرة التي يظهر بها قيم المتغير (عدد الكتب)، يسهل علينا هذا الجدول تحديد مثلا ماذا كان هنالك عدد كبير من الطلاب لم تطلب أي كتاب أو طلبوا أكثر من أربعة كتب.

كما نستطيع أن نحدد درجة طلب واستخراج الكتب من المكتبة بالتقريب للطالب الجامعي بصورة عامة، مثلا نلاحظ أن 4 طلاب من بين 12 طالب طلبوا أكثر من 3 كتب. وكذا ربع($\frac{1}{4}$) الطلاب طلبوا أقل من 3 كتب خلال السداسي الأول من السنة الجامعية 2018-2019.

عدد الكتب المطلوبة تسمى الفئة، وهو محدد في قيم واحد كما سبقت الإشارة أي هو غير محصور ضمن مجال، وبالتالي نقول أن طول الفئة (طول مجال الفئة)، معدوم، ونشير لذلك من الآن:

بـ (L=0) وتسمى مثل هذه الجداول بالجداول الكمية البسيطة غير المستمرة (المتقطعة أو المنفصلة).

ملاحظة: عند القيام بعملية التبويب اليدوي للبيانات في مثل هذه الجداول، فإننا نتبع نفس الطريقة التي اتبعت في حالة تبويب البيانات ذات المتغيّرات النوعية.

2-2-الجداول التكرارية البسيطة ذات المتغيّرات الكمية المستمرة (المتصلة): في حالة المتغيّر الكمي المستمر يكون مجال الدراسة يضم ملا نهاية من القيّم، ولتعذر وضع كل تلك القيّم، يقسم مجال الدراسة إلى مجالات جزئية تسمى الفئات، يسمى طول الفئة بمدى الفئة، ونرمز له بالحرف W، وهو الفرق بين أكبر قيمة ضمن مجموعة القيم، وأصغر قيمة ضمنها.

$$w = X_{max} - X_{min} \text{.........................} (1)$$

X_{max}: أعظم (أكبر) قيمة ضمن مجموعة القيم

X_{min}: أدنى (صغر) قيمة ضمن مجموعة القيم

تحديد طول الفئة: تحديد طول الفئة يساعد على تحديد عدد الفئات وبالتالي حجم الجداول، إذ كلما كان طول الفئة كبيرا كلما كان حجم الجداول صغيرا والعكس صحيح، ولتحديد طول الفئة يتم استخدام قاعدة **ستيرجس (H.A. sturges)** التي تعطي كمايلي:

$$L = \frac{w}{1 + 3.322LogN} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

حيث: L طول الفئة، N عدد القيم، W المدى

__ملاحظة:__ إن هذه القاعدة تعطينا طول الفئات المناسب لإفراغ مجموعة البيانات في جدول تكراري مستمر غير أن الإلتزام ليس اجباريا بل يبقى تحديد طول الفئة أمرا يعود للإحصائي القائم بالعملية.

تحديد عدد الفئات: يحدد عدد الفئات باستخدام القاعدة التالية:

$$N_c = \frac{w}{L} \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

حيث: i عدد الفئات

من المعادلة رقم (2) يمكننا أن نكتب:

$$w = L(1 + 3.322\ LogN) \dots\dots\dots\dots\dots (4)$$

وبتعويض المعادلة رقم (4) في المعادلة رقم (3) نجد أنه يمكننا كتابة المعادلة رقم (3) أيضا على النحو التالي:

$$N_c = 1 + 3.322LogN \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (5)$$

__مثال تطبيقي:__ فيما يلي بيانات توضح علامات 70 طالب في الاختبار الإستدراكي لمقرر مادة المحاسبة

56	65	70	65	55	60	66	70	75	56
60	70	61	67	61	71	67	62	71	66
68	72	57	68	72	59	57	71	69	75
72	62	67	73	58	63	66	73	63	65
58	73	74	76	74	80	81	60	74	58
76	82	77	83	77	85	91	78	94	72
79	64	57	79	55	87	64	88	78	62

المطلوب: 1- كون جدول التوزيع التكراري لعلامات الطلاب

2-أحسب قيّم التكرار النسبي

3-ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة ما بين 70 إلى أقل من 80؟

4-ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة أقل من 70 درجة؟

5- ماهي نسبة الطلاب الحاصلين على علامة 80 أو أكثر؟

حل المثال التطبيقي:

1-تكوين التوزيع التكراري: علامة الطالب في الإختبار متغير كمي مستمر، ولكي يتم تبويب البيانات في شكل جدول تكراري يتم اتباع الآتي:

حساب المدى (طول الفئة) W:

$$\boldsymbol{w = X_{max} - X_{min}}$$

$$\boldsymbol{w = 94 - 55 = 39}$$

تحديد طول الفئة L: لتحديد طول الفئة يتم استخدام قاعدة ستيرجس(H.A.Sturges) التي تعطي كمايلي:

$$L = \frac{w}{1 + 3.322LogN}$$

$$L = \frac{39}{1 + 3.322Log70} = 5{,}47 \cong 5$$

تحديد عدد الفئاتNc:

$$N_c = \frac{w}{L} = \frac{39}{5} = 7{,}8 \cong 8$$

إذن طول الفئات المناسب لإفراغ هذه البيانات في جدول تكراري مستمر (متصل) هو:5، أما عدد الفئات المناسب فهو:8، بالتالي يكون الجدول المطلوب هو:

جدول توزيع تكراري لعلامات الطلبة في إختبار مادة المحاسبة

التكرار النسبي المئوي $f_i = \frac{n_i}{N} * 100$	التكرار المطلق n_i	الفئات
$f_1 = \frac{10}{70} * 100 = 14.28$	10	]60−55]
$f_2 = \frac{12}{70} * 100 = 17.14$	12	]65−60]
$f_3 = \frac{13}{70} * 100 = 18.57$	13	]70−65]
$f_4 = \frac{16}{70} * 100 = 22,86$	16	]75−70]
$f_5 = \frac{10}{70} * 100 = 14,28$	10	]80−75]
$f_6 = \frac{4}{70} * 100 = 5,71$	04	]85−80]
$f_7 = \frac{3}{70} * 100 = 4,28$	03	]90−85]
$f_8 = \frac{2}{70} * 100 = 2,86$	02	]95−90]
100	**70**	**المجموع**

3. نسبة الطلاب الحاصلين على علامات ما بين 70 إلى أقل من 80 هو مجموع التكرارين النسبيين للفئتين الرابعة والخامسة. (37.2%= 22.9+14.3) إذا نسبة الطلاب الحاصلين على علامات ما بين(70 و80) أي حوالي 37.2% من الطلاب حصلوا على علامات ما بين (70 و80).

4. نسبة الطلاب الحاصلين على علامات أقل من70 هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الأولى والثانية والثالثة: (50%= 14.3+17.14+18.6). هناك حوالي 50% من الطلاب تحصلوا على علامة أقل من 70.

5. نسبة الطلاب الحاصلين على علامة 80 أو أكثر، هو مجموع التكرارات النسبية للفئات الثلاثة الأخيرة (12.8%=5.71+4.3+2.9) وعليه نقول أن حوالي 12.8% من الطلاب تحصلوا على علامة 80 أو أكثر.

3-أنواع التوزيعات التكرارية المستمرة: تقدم الجداول التكرارية المستمرة بعدة صيغ منها مايلي:

3-1-التوزيع التكراري المغلق: يكون في هذه الحالة الحد الأدنى لأول فئة والحد الأعلى لآخر فئة محددين، وقد يكون فيه مدى الفئات متساويا، ويسمى **بالتوزيع التكراري المنتظم**، وفي الحالة المعاكسة لما يكون فيه مدى الفئات غير متساويا يسمى بالتوزيع التكراري غير المنتظم، ويلجأ إليه الباحث لما تكون البيانات الإحصائية كبيرة التشتت وكثيرة التمركز في بعض الزمر.

مثال تطبيقي: نتائج دراسة ميدانية كان الغرض منها تقصي عادة تدخين السجائر للعاملين في أحد المصانع كما يلي:

توزيع تكراري مغلق

فئات المدخنين	التكرار المطلق n_i
]08-04]	06
]12-08]	11
]16-12]	19
]20-16]	42

3-2-التوزيع التكراري المفتوح: يكون فيه الحد الأدنى لأول فئة محدد ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح من الأسفل**، أو الحد الأدنى لآخر فئة غير محدد ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح من الأعلى**، أو الحدين معا ويسمى **بالتوزيع التكراري المفتوح الطرفين**.

أمثلة تطبيقية:

توزيع تكراري مفتوح من الأعلى

الفئات	التكرار المطلق n_i
أقل من 8	06
12-08	11
16-12	19
20-16	42

توزيع تكراري مفتوح من الأسفل

الفئات	التكرار المطلق n_i
08-04	06
12-08	11
16-12	19
16 فأكثر	42

توزيع تكراري مفتوح من الطرفين

الفئات	التكرار المطلق n_i
أقل من 8	06
12-08	11
16-12	19
16 فأكثر	42

3-3-التوزيعات التكرارية المجتمعة: وهي نوعان:

أ-التوزيع التكراري المتجمع الصاعد: يستخدم لغرض المعرفة السريعة لعدد أو نسب التكرارات التي تقل عن حد معين من حدود الفئات، وفي حساب بعض مقاييس النزعة المركزية، في هذا التوزيع يكون عدد التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى لأول فئة يساوي عدد التكرارات أول فئة، وعدد التكرارات التي أقل عن الحد الأعلى للفئة الثانية تساوي عدد التكرارات الفئة الأولى والثانية، أما عدد التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى للفئة الثالثة فيساوي إلى مجموع تكرارات الفئة الأولى والثانية والثالثة، وهكذا، يستمر التجميع حتى الوصول إلى التكرارات التي تقل عن الحد الأعلى لآخر فئة، حيث تساوي إلى مجموع التكرارات.

<u>مثال تطبيقي:</u> البيانات التالية تظهر أوزان سكان عمارة ما حسب فئات الأعمار من 10 إلى 60 سنة.

الفئات (العمر)	]20-10]	]30-20]	]40-30]	]50-40]	]60-50]	المجموع
التكرار(عدد السكان)	4	9	15	8	4	40

المطلوب: 1- كوّن جدول التوزيع التكراري مع حساب قيّم المتجمع الصاعد.

حل المثال التطبيقي: جدول التوزيع التكراري مع حساب قيّم التكرار المتجمع الصاعد موضح أدناه:

توزيع تكراري متجمع صاعد

I	الفئات	f_i	التكرار المتجمع الصاعد: الحد الأعلى	التكرار المتجمع الصاعد: N↑
2	]20-10]	4	أقل من 20	4
3	]30-20]	9	أقل من 30	13
4	]40-30]	15	أقل من 40	28
5	]50-40]	8	أقل من 50	36
6	]60-50]	4	أقل من 60	40
المجموع		40		

من الجدول أعلاه يمكن معرفة التكرارات التي تقل عن أي حد من حدود الفئات المحددة، ويلاحظ أن التجميع يجري بصفة تصاعدية، أي من الأدنى إلى الأعلى، لذلك سمي هذا التوزيع بالتوزيع التكراري المتجمع الصاعد، ويرمز للتكرارات المتجمعة الصاعدة بسهم إلى الأعلى N↑

ب-التوزيع التكراري المتجمع النازل: يستخدم لغرض المعرفة السريعة لعدد أو نسب التكرارات التي تساوي أو تزيد عن حد معين من حدود الفئات.

مثال تطبيقي: أحسب قيّم التكرار المتجمع النازل لبيانات المثال السابق أعلاه.

حل المثال التطبيقي: التوزيع التكراري مع حساب قيّم التكرار المتجمع النازل موضح في الجدول أدناه:

توزيع تكراري متجمع النازل

I	الفئات	f_i	التكرار المتجمع النازل: الحد الأعلى	التكرار المتجمع النازل: N↓
2	]20-10]	4	10 فأكثر	40
3	]30-20]	9	20 فأكثر	36
4	]40-30]	15	30 فأكثر	27
5	]50-40]	8	40 فأكثر	12
6	]60-50]	4	50 فأكثر	4
المجموع		40		

من الجدول أعلاه يمكن معرفة التكرارات التي تساوي أو تزيد عن أي حد من حدود الفئات المتضمنة في البيانات الأولية، وفيه يكون التكرار الذي يساوي أو يزيد عن الحد الأدنى لآخر فئة مساويا إلى تكرار آخر فئة، والتكرار الذي يساوي أو يزيد عن الحد الأدنى لأول فئة مساويا إلى مجموع التكرارات. ويرمز للتكرارات المتجمعة النازلة بسهم إلى الأسفل $N\downarrow$

جامعة التكوين المتواصل

مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك

ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – **الرصيد:** 04 – **المعامل:** 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-

عنوان المقطع الثالث: العرض البياني للبيانات الإحصائية.

أهداف المحور: في نهاية هذا المقطع يصبح الطالب ملما بمختلف العروض البيانية المتعلقة بالأنواع المختلفة للمتغيّرات الإحصائية.

الفقرة 1: الأشكال البيانية.

الرسوم البيانية تعطي انطباعا أفضل وتبرز بنظرة سريعة الخصائص الرئيسية للبيانات وتلقي الضوء بصورة واضحة على شكل توزيع البيانات بعد تنظيمها لأنه قد نجد صعوبة في بعض الأحيان في قراءة الجداول التكرارية. لهذا نتناول أهم طرق تمثيل البيانات على أساس أنها الأكثر شيوعا. والأشكال الآتية تعرض أشهر هذه التمثيلات البيانية وهي: أعمدة، قطاعات دائرية، مدرجات ومضلعات تكرارية، منحنيات تكرارية.

ويختلف استعمال هذه الأشكال حسب طبيعة المتغيّر والتوزيع المرغوب تمثيله.

1-العرض البياني للبيانات النوعية (المتغيّرة النوعية): يمكن عرض البيانات الخاصة بمتغير وصفي في شكل دائرة بيانية أو أعمدة بيانية، يمكن من خلاله وصف ومقارنة مجموعات أو مستويات هذا المتغير.

1-1-الدائرة البيانية: يمكن أن نرسم الدائرة ونقسمها إلى قطاعات دائرية تتناسب مساحة كل قطاع مع تكرار الفئة التي تمثلها، فالفئة الأكثر تكرار تقابل القطاع الأكبر مساحة والفئة الأقل تكرارا تقابل القطاع الأصغر مساحة، طريقة الدائرة هي عبارة عن تقسيم الكل إلى أجزاء وكل جزء يمثل بقطاع دائري بحيث أن زاوية رأس كل قطاع دائري تعطي حسب القاعدة التالية:

$$\text{قياس الزاوية} = 360° * \frac{\text{قيمة الجزء الواحد}}{\text{مجموع قيم الأجزاء}}$$

مثال تطبيقي: الجدول التكراري التالي يبين توزيع عينة حجمها 500 شخص حسب حالته المدنية:

الحالة المدنية	أعزب	متزوّج	مطلق	أرمل	المجموع
عدد الأشخاص	170	50	130	150	**500**

المطلوب: مثّل البيانات أعلاه في شكل دائرة بيانية.

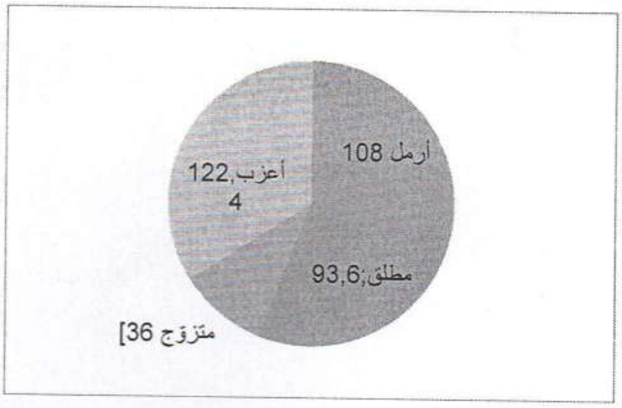
حل المثال التطبيقي:

الحالة المدنية	عدد الأسر	قيس الزاوية
أرمل	150	°108
مطلق	130	°93.6

متزوّج	50	°36
أعزب	170	°122.4
المجموع	**500**	**°360**

رسم الدائرة: يتم رسم الدائرة وتقسيمها إلى أربع أجزاء لكل حالة جزء يتناسب مع مقدار الزاوية المخصصة له، كما هو مبين في الشكل التالي:

القطاعات الدائرية لعينة حجمها **500** شخص موزعة حسب الحالة المدنية.



1-2-الأعمدة البيانية (التكرارية): هو الرسم البياني الملائم لتوزيع متغيّر كمي منقطع أو نوعي، هو عبارة عن عدد من الأعمدة بحيث تمثل الفئات أفقيا وتمثل التكرارات رأسيا، يرسم عمود واحد لكل فئة بحيث يكون ارتفاع كل عمود يمثل التكرار أو التكرار النسبي أو التكرار المئوي المرتبط بكل فئة في الجدول التكراري.

مع ملاحظة ان يكون عرض جميع الأعمدة متساوي كما بالإمكان استعمال أشكال تمثيلية بدلا من الأعمدة أو ألوان مختلفة للمتغيّر.

<u>**مثال تطبيقي:**</u> تمثل البيانات التالية تقدير 40 طالبا في الإمتحان النهائي لمقياس المحاسبة من المدرستين "أ" و"ب".

جدول توزيع التكراري لتقدير الطلبة في كل من المدرستين" أ" و"ب"

المدرسة أ			
التقدير	**التكرار**	**التكرار النسبي**	**التكرار المئوي**
ممتاز	5	0.125	12.5
جيد جدا	8	0.2	20
جيد	16	0.4	40
مقبول	5	0.125	12.5

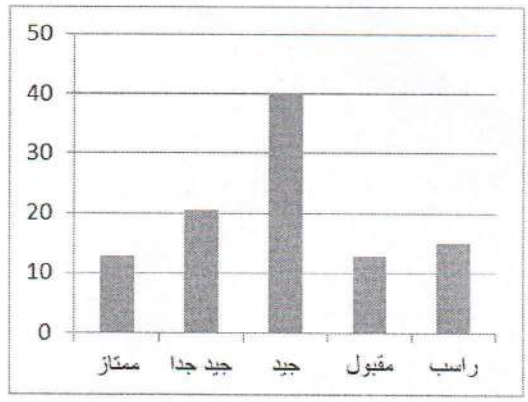
المدرسة ب			
التقدير	**التكرار**	**التكرار النسبي**	**التكرار المئوي**
ممتاز	3	0.1	10
جيد جدا	6	0.2	20
جيد	10	0.33	33
مقبول	6	0.2	20
راسب	5	0.17	17
المجموع	**30**	**1**	**100**

راسب	6	0.15	15
المجموع	**40**	**1**	**100**

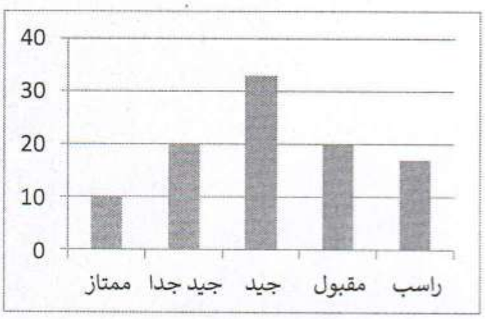
<u>حل المثال التطبيقي:</u> رسم الأعمدة البيانية

الأعمدة البيانية لتقدير الطلبة في امتحان المحاسبة

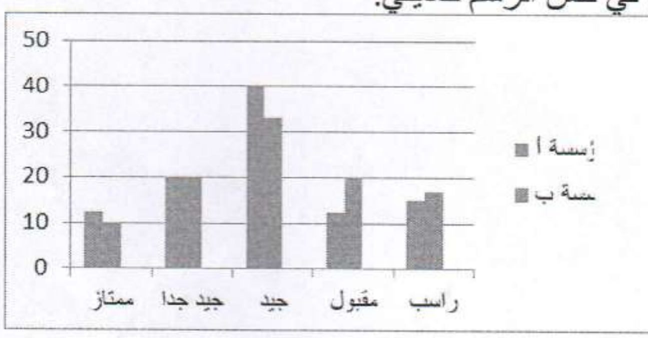
نتيجة المدرسة "أ"



نتيجة المدرسة "ب"



ويمكن وضع بيانات الجدولين في نفس الرسم كمايلي:



نتيجة المدرسة "أ"
نتيجة المدرسة "ب"

2-العرض البياني للبيانات الكمية: يمكن تمثيل الجداول التكرارية البسيطة للبيانات الكمية من خلال الأشكال التالية:

2-1-العرض البياني للبيانات الكمية المتقطعة (المنفصلة): نكتفي في هذ الحالة بنوعين من العروض البيانية:

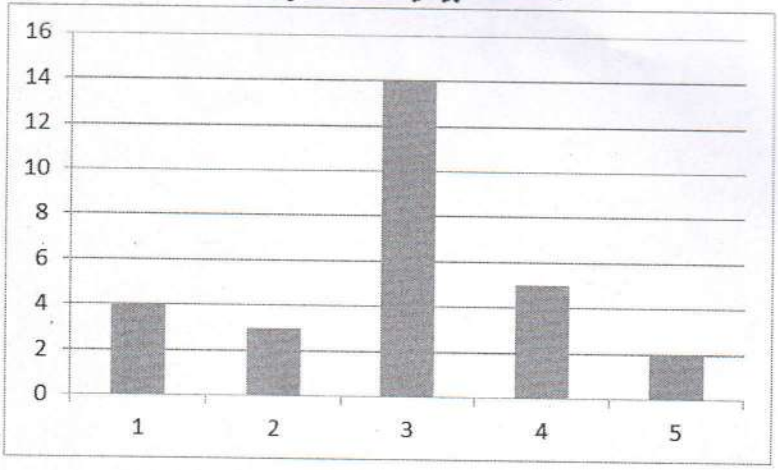
أ-الأعمدة التكرارية: نرسم معلم متعامد نضع في محور الفواصل (المحور الأفقي) القيم Xi بينما نضع في محور التراتيب (المحور العمودي) التكرارات المطلقة ni أو النسبية fi، أي هو عبارة عن أعمدة بسيطة تتناسب أطوالها مع التكرار المقابل لقيمة معينة للمتغيّر المدروس، وتسمى الأعمدة البسيطة.

<u>مثال تطبيقي:</u> الجدول التالي يبين توزيع مساكن أحد الأحياء حسب عدد الغرف المملوكة لديهم.

عدد الغرف X_i	1	2	3	4	5	المجموع
عدد المساكن n_i	4	3	14	5	2	28

<u>حل المثال التطبيقي:</u>

الأعمدة البيانية لعدد الغرف



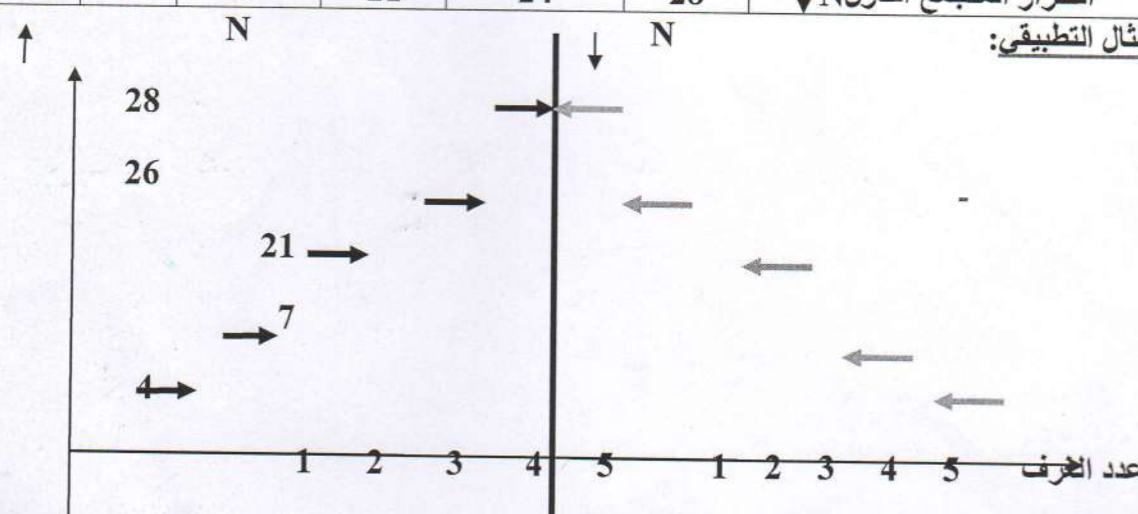
نلاحظ من بين الأعمدة التي تشكل العرض البياني السابق، أن العمود الذي يقابل القيمة 3 هو أطولهم وتكراره يساوي 14، معنى ذلك أن أغلبية المساكن لديها ثلاثة غرف مملوكة.

ب-المنحنى المتجمع (المتراكم): يسمى بالمنحنى السلمي : يستعمل هذا النوع من الرسوم البيانية لعرض التكرار المتجمع المطلق أو النسبي حين يتعلق الأمر بمتغير كمي منفصل(متقطع) مرتب في جدول تكراري لقيم فردية، وهو عبارة عن منحنى في شكل سلم أين تعبر كل خطوة منه على التكرار التراكمي المقابل لقيمة المتغير.

<u>مثال تطبيقي:</u> بالاعتماد على نفس معطيات المثال السابق

عدد الغرف X_i	1	2	3	4	5	المجموع
عدد المساكن n_i	4	3	14	5	2	28
التكرار المتجمع الصاعد N↑	4	7	21	26	28	
التكرار المتجمع النازلN↓	28	24	21	7	2	

<u>حل المثال التطبيقي:</u>



2-2-العرض البياني للبيانات الكمية المستمرة (المتصلة):

أ-المدرج التكراري Histogram: المدرج التكراري هو الرسم البياني المكرس للتوزيع التكراري الخاص بمتغيّر كمي مستمر وهو عبارة عن رسم على محورين متعمدين أحدهما أفقي يمثل الفئات والثاني رأسي يمثل التكرار، ويتألف من عدد من المستطيلات المتلاصقة قواعدها طول فئات التوزيع وارتفاعاتها تتناسب مع التكرارات المناظرة لها.

مثال تطبيقي: فيما يلي التوزيع التكراري لـ 100 عامل حس الأجر اليومي:

الأجر	[600-620[	[620-640[	[640-660[	[660-680[	[680-700[	[700-720[	المجموع
عدد العمال	10	15	20	25	20	10	100

المطلوب: 1-أرسم المدرج التكراري
2- ارسم المدرج التكراري النسبي، ثم علق على الرسم

حل المثال التطبيقي:

1- رسم المدرج التكراري يكون بإتباع المراحل التالية:

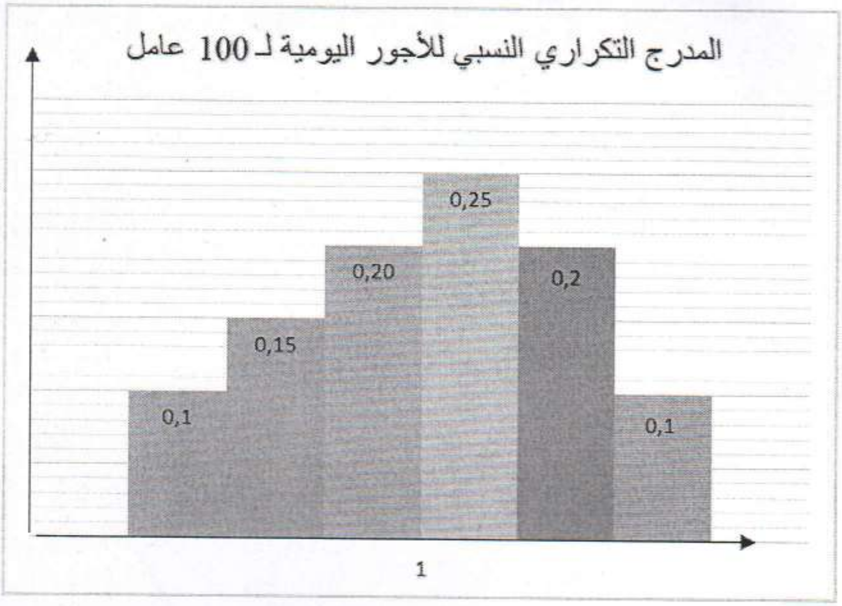
- رسم محوران متعامدان، المحور العمودي يمثل التكرارات، المحور الأفقي يمثل الأجر اليومي
- كل فئة تمثل بعمود ارتفاعه هو تكرار الفئة، وطول قاعدته هو طول الفئة
- كل عمود يبدأ من حيث انتهى به عمود الفئة السابقة.

رسم المدرج التكراري النسبي: لرسم المدرج التكراري النسبي يتم إجراء الآتي:

- **حساب التكرارات النسبية**

الأجر	[600-620[	[620-640[	[640-660[	[660-680[	[680-700[	[700-720[	المجموع
التكرار	10	15	20	25	20	10	100
التكرار النسبي	0.10	0.15	0.20	0.25	0.20	0.10	1

باتباع نفس الخطوات السابقة عند رسم المدرج التكراري، يتم رسم المدرج التكراري النسبي بإحلال التكرارات النسبية محل التكرارات المطلقة على المحور العمودي، كما هو مبين في الشكل التالي:



نلاحظ من الشكل أعلاه أن 25% من العمال تتراوح أجورهم اليومية ما بين 660 و680 وحدة نقدية وهي أكبر نسبة.

<u>ملاحظة</u>: قواعد خاصة بالمدرج التكراري:

- المساحة أسفل المدرج التكراري تساوي مجموع التكرارات (n)؛
- المساحة أسفل المدرج التكراري النسبي، فهي تعبر عن مجموع التكرارات النسبية، وهي تساوي الواحد الصحيح؛
- يمكن أن نميّز بين حالتين عند وضع المدرج التكراري:

✓ **<u>الحالة الأولى</u>:** عندما تكون الفئات متساوية (كما هو موضح في المثال السابق)، نلاحظ في هذه الحالة أن قاعدة المقارنة ثابتة ومتساوية ومن ثمّ لا نجري أي تعديل على جدول المعطيات.

✓ **<u>الحالة الثانية</u>:** عندما تكون الفئات غير متساوية في الطول نقوم بتعديل التكرارات، لأن قاعدة المقارنة غير ثابتة، حتى يكون هناك تناسب بين طول الفئة والتكرار المقابل لها، أي إيجاد عدد الوحدات الإحصائية الموزعة على وحدة قياس معيّنة، وذلك بحساب التكرار المعدّل وهو عبار عن النسبة بين التكرار البسيط وطول الفئة المقابلة.

ب-المضلع التكراري: هو تمثيل بياني أيضا للجدول التكراري البسيط، حيث يمثل التكرارات على المحور العمودي، ومراكز الفئات على المحور الأفقي، ثم التوصيل بين الإحداثيات بخطوط منكسرة، وبعد ذلك يتم توصيل طرفي المضلع بالمحور الأفقي، ومركز الفئة هي القيمة التي تقع في منتصف الفئة، وتحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\text{مركز الفئة}\ C_i = \frac{\text{الحد الأعلى للفئة} + \text{الحد الأدنى للفئة}}{2}$$

ونظرا لعدم معرفة القيم الفعلية لتكرار كل فئة، يعتبر مركز الفئة هو التقدير المناسب لقيمة كل مفردة من مفردات الفئة.

مثال تطبيقي: استخدم بيانات الجدول التكراري في المثال السابق لرسم المضلع التكراري

حل: المثال التطبيقي: لرسم المضلع التكراري يتبع الخطوات التالية:

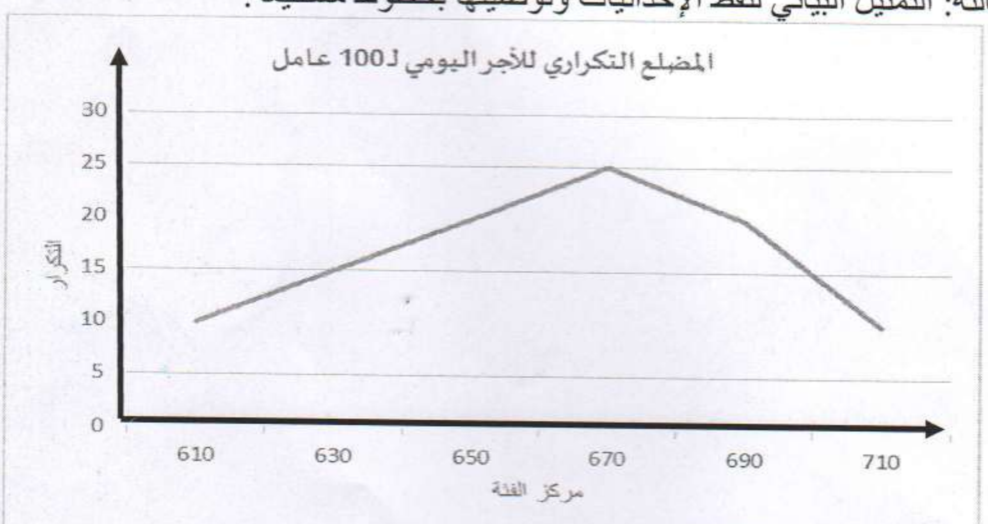
- الخطوة الأولى: حساب مراكز الفئات

الأجر	[600-620[	[620-640[	[640-660[	[660-680[	[680-700[	[700-720[	المجموع
مركز الفئة C_i	610	630	650	670	690	710	
عدد العمال	10	15	20	25	20	10	100
التكرار النسبي	0.10	0.15	0.20	0.25	0.20	0.10	1

- الخطوة الثانية: تحديد إحداثيات الرسم:

مركز الفئة C_i	610	630	650	670	690	710	
التكرار	10	15	20	25	20	10	100

- الخطوة الثالثة: التمثيل البياني لنقط الإحداثيات وتوصيلها بخطوط مستقيمة.



قاعدة: الخط المنكسر هو المضلع التكراري، حيث أن المساحة التي تقع تحت المضلع التكراري تساوي المساحة التي تقع تحت المدرج التكراري، وحتى نحافظ على هذه القاعدة، نفرض ان لهذا التوزيع فئتان إحداهما في بدايته والأخرى في نهايته، تكرار كل منهما يساوي الصفر، بحيث ننطلق من مركز الفئة الافتراضية الأولى وننتهي عند مركز الفئة الافتراضية الأخيرة.

<u>مثال تطبيقي:</u> ليكن التوزيع التكراري التالي: المطلوب وضع العرض البياني المناسب

الفئات	2-4	4-8	8-10	10-12	12-18	18-20	20-22	المجموع
التكرار	3	10	7	10	21	6	2	59
طول الفئة	2	4	2	2	2	6	2	-
التكرار المعدل	3	5	7	10	7	6	2	-

العرض البياني المناسب في حالة توزيع تكراري فئات هو المدرج والمضلع التكراري، وبما أن طول الفئة غير متساوي لا بد من حساب التكرار المعدل وذلك بقسمة التكرار الأصلي لكل فئة على طولها فنحصل على قاعدة المقارنة الثابتة (أي تكرار معدل لجميع الفئات).

ج-المنحنى التكراري: باتباع نفس الخطوات السابقة في رسم المضلع يمكن رسم المنحنى التكراري، ولكن يتم تمهيد الخطوط المنكسرة في شكل منحنى بحيث يمر بأكثر عدد من النقاط.

المنحنى التكراري هو خط منحنى ممهد للمضلع التكراري، يعطي لنا فكرة عن شكل التوزيع هل هو قريب إلى التوزيع الطبيعي (متناظر أوغير متناظر).

د-التوزيعات التكرارية المتجمعة: (المنحنى المتجمع الصاعد والنازل): يتم رسم المنحنى المتجمع الصاعد والنازل في معلم متعامد ومتجانس والتسمية الحقيقية هو المضلع المتجمع الصاعد والمضلع المتجمع النازل، فنسجل على المحور الأفقي " الفئات" بمعنى حدود الفئات (الحد الأدنى والأعلى) أما في المحور العمودي نسجل قيّم التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل، والفائدة منهما تكمن من حساب أحد مقاييس النزعة المركزية وهو الوسيط كما سيتضح لاحقا. فبخصوص المنحنى المتجمع الصاعد نحدد ثنائيات كل من الحد الأعلى لكل فئة مع التكرار المتجمع الصاعد، أما بخصوص المنحنى النازل فنحدد ثنائيات كل من الحد الأدنى للفئة مع التكرار المتجمع النازل.

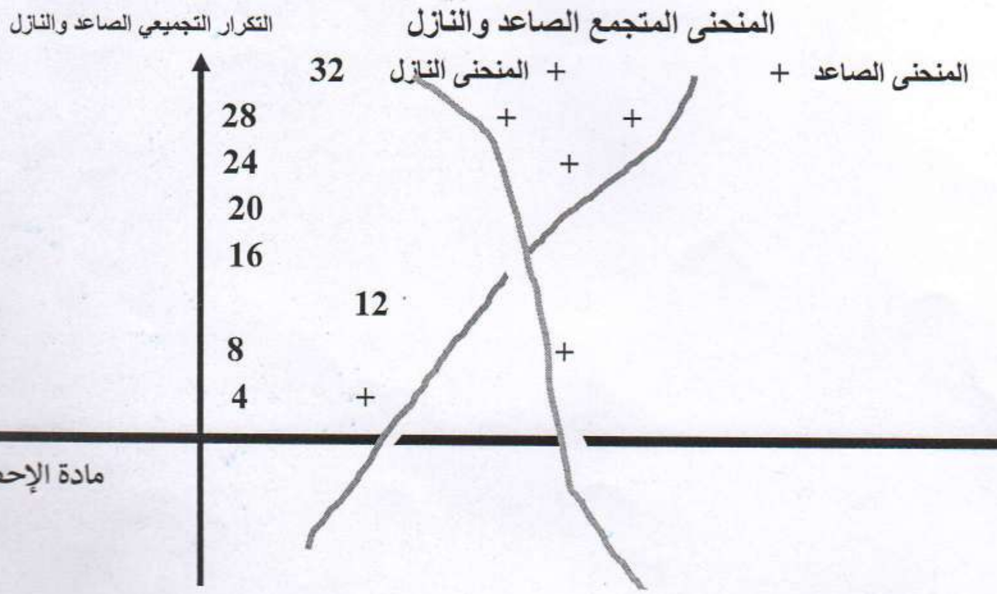
<u>مثال تطبيقي:</u> الجدول أدناه يوضح نتائج التوزيع التكراري لقامة (طول) مجموعة من الطلبة بالسنتيمتر

الفئات (طول القامة)	[140-144[	[144-148[	[148-152[	[152-156[
التكرارات n_i	4	18	6	2
التكرار المتجمع الصاعد N↑ أعلى الحدود	4	22	28	30
التكرار المتجمع النازلN↓ الحدود الأدنى	30	26	8	2

<u>المطلوب:</u> 1-ارسم المنحنى التكراري المتجمع (المتراكم) الصاعد.

2-ارسم المنحنى التكراري المتجمع (المتراكم) النازل.

المنحنى المتجمع الصاعد والنازل



ملاحظة: يبيّن كل من المنحنى التجميعي الصاعد والنازل شدة أو ضعف تطور الظاهرة المدروسة عند مستوى معيّن من مجال الدراسة.

جامعة التكوين المتواصل

مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك

ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – الرصيد: 04 – المعامل: 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-

عنوان المقطع الرابع: مقاييس النزعة المركزية "المتوسطات".

❖ المتوسط الحسابي (الوسط الحسابي)

أهداف المحور: في نهاية هذا الجزء من المقطع يصبح الطالب متمكنا من مختلف الصيغ الرياضية المتعلقة بالمتوسط الحسابي حسب طبيعة البيانات المدروسة.

تمهيد:

رأينا سابقا كيف يتم عرض البيانات الإحصائية جدوليا وبيانيا من أجل نقل وصف عام وسريع للظاهرة المدروسة ومن أجل وضع ترتيب معيّن وضروري لهده المعلومات الإحصائية، غير أن لهذه الطريقة حدود من بينها:

- لا يمكن استخدامها في الأسلوب الشفهي؛
- لا يمكن استخدامها في تحليل المعطيات؛
- لا يمكن الاستفادة منها في مجال الاستقراء الإحصائي (التنبؤ واتخاذ القرارات).

ولهذه الأسباب وضعت مقاييس عددية وصفية يمكن استخدامها في مجالات عديدة منها التحليل والتنبؤ واتخاذ القرارات ومن بينها مقاييس النزعة المركزية (الموضع أو المتوسطات)، وهي القيم التي تتركز القيم حولها، ومن هذه المقاييس، الوسط الحسابي، والمنوال، والوسيط، والوسط الهندسي، والوسط التوافقي، والرباعيات، والمئينات، وفيما يلي عرض أهم هذه المقاييس.

الفقرة 1: الوسط (المتوسط) الحسابي.

1-تعريف الوسط الحسابي: يعرف الوسط الحسابي لمجموعة من القيم بأنه مجموع هذه القيمة مقسوما على عددها، كما يمكن تعريفه بأنه القيمة التي لو أعطيت لكل مفردة من مفردات المجموعة فإن مجموع القيم الجديدة يساوي مجموع القيم الأصلية.

يعرف الوسط الحسابي رياضيا بأنه يساوي مجموع قيم البيانات مقسوما على عدد مفردات البيانات، أي:

2-حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات غير المبوبة:

يعرف الوسط الحسابي بشكل عام على أنه مجموع القيم مقسوما على عددها، فإذا كان لدينا n من القيم، ويرمز لها بالرمز: x2,....xn,x1 يحسب بالمعادلة التالية:

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$$

$$\overline{X} = \frac{x_{1,}x_{2,}............x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال تطبيقي: تمثل السلسة التالية مردودية إنتاج الحبوب في الهكتار لمختلف الوحدات الزراعية لولاية ما بالقنطار: 10،11،11،11،12،10،13،15،16،13،14

المطلوب: احسب الوسط الحسابي

حل المثال التطبيقي:

لدينا نوع البيانات غير مبوبة ومنه:

$$\overline{X} = \frac{\mathbf{10 + 11 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots . +16}}{\mathbf{11}} = \mathbf{12,36}$$

معناه أن متوسط أو معدل المردودية لمختلف الوحدات الزراعية 12,36 قنطار في الهكتار.

3-حساب الوسط الحسابي في حالة البيانات المبوبة:

يقصد بالبيانات المبوبة أن قيّم المتغيّر موضوع الدراسة محملة بتكراراتها المطلقة (الأوزان).

3-1-حالة المتغير المتقطع:

إذا كان x_1 و x_2'..........x_n قيّم ميزة احصائية، وكانت n_1 وn_2....n_k تكراراتها على الترتيب: فإنّ الوسط الحسابي لهذه السلسلة الإحصائية يعطى بالعلاقة:

$$\overline{X} = \frac{\mathbf{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots .. + n_k x_k}}{\mathbf{n_1 + n_2 + \cdots \ldots + n_k}}$$

أي:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \mathbf{n_i x_i}}{\mathbf{N}}$$

حيث:

K: عدد القيم المختلفة

N: حجم المجتمع

ni : حجم التكرار المطلق

Xi: القيم

مثال تطبيقي: الجدول التالي يعطينا توزيع 42 طالب حسب عدد الغيابات

عدد الغيابات x_i	**التكرار المطلق** n_i	$n_i x_i$

0	15	0
16	08	2
30	10	3
28	07	4
10	02	5
84	**42**	**المجموع**

<u>المطلوب</u>: أحسب المتوسط الحسابي لغيابات الطلبة.

<u>حل المثال التطبيقي:</u> لحساب متوسط الغيابات لـ **42** طالب استخدمنا العلاقة الرياضية التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{N} = \frac{84}{12} = \boxed{02}$$

بمعنى أن متوسط (معدل) غيابات كل طالب هو: **02 غياب.**

2-3-حالة المتغير المستمر:

من المعلوم أن القيم الأصلية، لايمكن معرفتها من جدول التوزيع التكراري، حيث أن هذه القيم موضوعة في شكل فئات، ولذا يتم التعبير عن كل قيمة من القيم التي تقع داخل حدود الفئة بمركز هذه الفئة، ومن ثم يؤخذ في الإعتبار أن مركز الفئة هو القيمة التقديرية لكل مفردة تقع في هذه الفئة.

فإذا كانت K هي عدد الفئات، وكانت $C_K,.....c_2,c_1$ هي مراكز هذه الفئات وكانت $n_k,......n_2,n_1$ تكراراتها على الترتيب، فإن الوسط الحسابي يحسب بالمعادلة التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

<u>مثال تطبيقي:</u>

لمعرفة ودراسة تطور مداخيل العائلات (المداخيل السنوية) أخذت عيّنة من منطقة ما، وبعد جمع البيانات كانت النتائج ملخصة في الجدول التالي:

$n_i c_i$	مركز الفئات	التكرار المطلق	الفئات

0	15	0
2	08	16
3	10	30
4	07	28
5	02	10
المجموع	**42**	**84**

المطلوب: أحسب المتوسط الحسابي لغيابات الطلبة.

حل المثال التطبيقي: لحساب متوسط الغيابات لـ **42** طالب استخدمنا العلاقة الرياضية التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{N} = \frac{84}{42} = \boxed{02}$$

بمعنى أن متوسط (معدل) غيابات كل طالب هو: **02 غياب.**

2-3-حالة المتغير المستمر:

من المعلوم أن القيم الأصلية، لايمكن معرفتها من جدول التوزيع التكراري، حيث أن هذه القيم موضوعة في شكل فئات، ولذا يتم التعبير عن كل قيمة من القيم التي تقع داخل حدود الفئة بمركز هذه الفئة، ومن ثم يؤخذ في الإعتبار أن مركز الفئة هو القيمة التقديرية لكل مفردة تقع في هذه الفئة.

فإذا كانت K هي عدد الفئات، وكانت $C_K,.....c_2,c_1$ هي مراكز هذه الفئات وكانت $n_k,......n_2,n_1$ تكراراتها على الترتيب، فإن الوسط الحسابي يحسب بالمعادلة التالية:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

مثال تطبيقي:

لمعرفة ودراسة تطور مداخيل العائلات (المداخيل السنوية) أخذت عيّنة من منطقة ما، وبعد جمع البيانات كانت النتائج ملخصة في الجدول التالي:

الفئات	التكرار المطلق	مركز الفئات	$n_i c_i$

	i	i	
1225	122,5	10	]125-120]
2550	127,5	20	]130-125]
5035	132,5	38	]135-130]
3437,5	137,5	25	]140-135]
997,5	142,5	07	]145-140]
13245		**100**	**المجموع**

$$\overline{X} = \frac{13245}{100} = 132,45$$

وعليه متوسط مداخيل العائلات لهذه المنطقة هو **132,45** وحدة نقدية.

4-خصائص الوسط الحسابي:

يمكن تلخيص خصائص الوسط الحسابي في النقاط التالية:

- يتأثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة (القيّم التي تقع في طرفي مجال الدراسة)؛
- يستعمل في حالة المتغيّرات الكمية القابلة للقياس؛
- لا يمكن أن يكون لأي توزيع تكراري أكثر من وسط حسابي؛
- أساس حساب الوسط الحسابي هو الحساب التجميعي؛
- مجموع انحرافات قيّم المتغيّر الإحصائي بالنسبة للوسط الحسابي تساوي الصفر؛
- متوسط قيمة ثابتة يساوي تلك القيمة الثابتة.

جامعة التكوين المتواصل

مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك

ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – الرصيد: 04 – المعامل: 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-

عنوان المقطع الخامس: مقاييس النزعة المركزية "المتوسطات".

❖ الوسيط

أهداف المحور: في نهاية هذا الجزء من المقطع يصبح الطالب متمكنا من مختلف الصيغ الرياضية المتعلقة بالوسيط حسب طبيعة البيانات المدروسة.

تمهيد:

يعتبر الوسيط هو المقياس الثاني من مقاييس النزعة المركزية من حيث الأهمية، ويحسب إذا تمّ ترتيب البيانات حسب حجمها تصاعديا أو تنازليا، وتظهر الحاجة إليه عندما تكون البيانات تتبع توزيعا غير معتدل أو في الحالات التي توجد فيها قيّم شاذة يراد التخلص من تأثيرها أو عند وجود بيانات على هيئة جداول تكرارية مفتوحة.

الفقرة 1: الوسيط.

1-تعريف الوسيط:

هو القيمة التي تقع في منتصف المجموعة بعد ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا، أي هو القيمة التي يكون نصف عدد القيم أصغر منها أو يساويها والنصف الآخر أكبر منها أو يساويها، من هذا التعريف للوسيط نجد أنه يعالج العيوب الثلاثة التي يعاني منها الوسط الحسابي، فالوسيط لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة، كما أنه يمكن حسابه في حالة الفئات المفتوحة، ويمكن ايجاده بيانيا.

2-حساب الوسيط في حالة البيانات غير المبوبة:

يتم حساب الوسيط لهذه البيانات باتباع الخطوات التالية:

- **الخطوة الأولى:** نقوم بترتيب البيانات تصاعديا أو تنازليا؛
- **الخطوة الثانية**: نقوم بحساب ترتيب الوسيط **C**عدد القيم إذا كان زوجيا أو فرديا.

عدد القيّم	القانون	تعريف الرموز	استخدامه
N فرديا	$c = \frac{n+1}{2}$	C= رتبة الوسيط N= عدد البيانات (الأعداد)	إذا كانت الأعداد فردية
N زوجيا	$M_e = \frac{M_{e1} + M_{e2}}{2}$ $C = \frac{n}{2}$	M_{e1}الوسط الأول M_{e2}الوسط الثاني C= رتبة الوسيط	إذا كانت الأعداد زوجية

$c=\frac{n}{2}+1$	

- **الخطوة الثالثة**: تحديد قيمة الوسيط حسب الرتبة التي تمّ حسابها في السلسلة الإحصائية المرتبة.

مثال تطبيقي:

تمثل البيانات التالية أعمار خمسة عشر شخصا: 24-19-39-48-45-26-35-38-23-29-37-25-33-
34-33.

المطلوب: حساب الوسيط (تحديد القيمة التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى قسمين متساويين)

حل المثال التطبيقي:

- نرتب الأرقام تصاعديا (مهما تكررت الأرقام)
- حساب الرتبة: عدد القيّم هو 15 (عدد فردي) إذا نعتمد على الصيغة التالية:

$$c=\frac{n+1}{2}=\frac{15+1}{2}=8$$

الترتيب التصاعدي للقيّم هو: 19-23-24-25-26-29-33-33-34-35-37-38-39-45-48

إذن قيمة الوسيط هو $M_e = 33$ **(قيمة الوسيط هي القيمة التي تقع في المركز الثامن 8 في السلسلة المرتبة للقيّم)**

في حالة ما إذا حذفنا مثلا **القيمة 33** من المثال أعلاه تصبح **N زوجي تساوي14**، وعليه يحسب الوسيط بالخطوات التالية:

حساب الرتبة:

$$c=\frac{n}{2}=\frac{14}{2}=7$$

$$c=\frac{n}{2}+1=\frac{14}{2}+1=8$$

نرتب الأرقام تصاعديا 19-23-24-25-26-29-33-34-35-37-38-39-45-48

إذن الوسيط في هذه الحالة وفق الرتبتين السابقتين لديه قيمتين هما: **Me1=33, Me2= 34 و بالتالي لا بد من حساب المتوسط الحسابي لهاتين القيمتين، ومنه:**

$$M_e=\frac{M_{e1}+M_{e2}}{2}=\frac{33+34}{2}=33.5$$

$$M_e=33.5$$

3-حساب الوسيط في حالة البيانات المبوبة:

البيانات المبوبة قد تكون غير مستمرة أي مدى فئاتها معدوم، وقد تكون مستمرة أي مدى فئاتها أكبر من الصفر، ويتم ايجاد الوسيط حسب كل حالة كما يلي:

1-3-حالة البيانات المنفصلة (المتقطعة) (طول الفئات معدوم): في هذه الحالة يتم ايجاد الوسيط كما يلي:

يتم حساب ترتيب الوسيط باستخدام احدى العلاقتين التاليتين:

إذا كان مجموع **التكرارات فرديا:**

$$C = \frac{\sum n_i + 1}{2}$$

إذا كان مجموع **التكرارات زوجيا:**

$$C = \frac{\sum n_i}{2}$$

نحسب التكرار المتجمع الصاعد (أو النازل) ونبحث عن مكان ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة، فتجده بين تكرارين من التكرارات المتجمعة، وتكون قيمة الوسيط هي القيمة المقابلة للتكرار المتجمع اللاحق لترتيب الوسيط، إذا ما كانت C تساوي قيم التكرارات المتجمعة فإن M_e تساوي الفئة المقابلة لها، سواء مجموع التكرارات زوجيا أو فرديا.

ونود ان نشير إلى وجود **طريقة مختصرة** لحساب الوسيط بغض النظر عن عدد المفردات زوجيا أو فرديا كان، فنتبع الخطوات التالية:

-حساب التكرار المتجمع الصاعد؛

-حساب رتبة الوسيط بالعلاقة التالية: $\frac{N}{2}$ (N مجموع القيّم)؛

-ثم نستخرج قيمة الوسيط من قيّم المتغيّر المدروس حسب الرتبة المقابلة للتكرار المتجمع الصاعد المناسب.

<u>**مثال تطبيقي:**</u> نفس معطيات المثال السابق الخاص بتوزيع الطلبة حسب عدد الغيابا

$N\uparrow$	n_i	x_i
15	15	0
23	8	M_2=2
33	10	3
40	7	4

5	2	42
المجموع	**42**	

لحساب قيمة الوسيط نقسم المجتمع على إثنين (عدد القيم زوجي)

$$c = \frac{N}{2} = \frac{42}{2} = 21$$

ترتيب الوسيط يوجد بين التكرارين المتجمعين: **15 و23** لذلك فإن الوسيط يساوي القيمة (الفئة) المقابلة لـ 23، وبالتالي يكون:

$$\boldsymbol{M_e = 2}$$

3-2-حالة البيانات المستمرة (المتصلة) (طول الفئة أكبر من الصفر): يتم حساب الوسيط بعدة طرق تعطي نتائج متقاربة في الغالب وهي:

أ-الطريقة الأولى: يتم استخدام المنهجية التالية لحساب الوسيط:

- تحديد قيّم التكرار المتجمع الصاعد أو التكرار المتجمع النازل؛
- نبحث عن ترتيب (رتبة) الوسيط باستخدام العلاقة(سواء كان مجموع التكرارات فرديا أو زوجيا تستخدم نفس العلاقة أي مجموع التكرارات قسمة 2).

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{N}{2}$$

- نبحث عن مكان ترتيب الوسيط بين التكرارات المتجمعة، فنجده بين تكرارين المتجمعة أحدهما سابق له والآخر لاحق له؛
- نبحث عن الفئة الوسيطية في حدود الفئات التي تحدد التكرار المتجمع، بحيث يكون الحد الأدنى للفئة الوسيطية هو الحد المقابل للتكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط، وحدها الأعلى هو الحد المقابل للمجتمع اللاحق لترتيب الوسيط؛
- ثمّ نطبق الصيغة الرياضية التالية لإيجاد قيمة الوسيط

$$M_E = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{N_{I+1}^{+} - N_{I-1}^{+}} L$$

M_e	قيمة الوسيط
D	الحد الأدنى للفئة الوسيطية
C	ترتيب (رتبة) الوسيط

L	طول الفئة الوسيطية
N^+_{I-1}	التكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط
N^+_{I+1}	التكرار المتجمع اللاحق لترتيب الوسيط

مثال تطبيقي: في إطار مراقبة جودة المصابيح المصنوعة من طرف شركة **AZL**، أخذت عيّنة **92** مصباح فكانت النتائج كالتالي:

الفئات: مدة الحياة	**التكرار المطلق n_i**	$N\uparrow$
]164-160]	40	$40=N^+_{I-1}$
]168-164]	22	$62=N^+_{I+1}$
]172-168]	20	82
]176-172]	10	92
المجموع	**92**	

المطلوب: حساب الوسيط لهذه البيانات.

حل المثال التطبيقي:

نقوم بحساب الرتبة:

$$c = \frac{\sum_{I=1}^{K} ni}{2} = \frac{N}{2} = \quad \frac{92}{2} = 46$$

$$M_e = 164 + \frac{46-40}{62-40} \times 4 = 165{,}09$$

ب-الطريقة الثانية: نفس المراحل المستخدمة في الطريقة الأولى لإيجاد الوسيط

$$M_E = D + \frac{C - N^+_{I-1}}{n_i} * L$$

M_e	قيمة الوسيط

D	الحد الأدنى للفئة الوسيطية
$C=\frac{\sum n_i}{2}$	ترتيب (رتبة) الوسيط
L	طول الفئة الوسيطية
N_{I-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب الوسيط
n_i	التكرار المطلق للفئة الوسيطية.

مثال تطبيقي: بالاعتماد على نفس معطيات المثال السابق يطلب منك حساب الوسيط باتباع الطريقة الثانية:

الفئات	التكرار المطلقn_i	$N\uparrow$
]164-160]	40	$40=N_{I-1}^{+}$
]168-164]	22	62
]172-168]	20	82
]176-172]	10	92
المجموع	92	

حل المثال التطبيقي:

نقوم بحساب الرتبة: وهي عبارة عن نصف مجموع التكرارات

$$c=\frac{\sum_{I=1}^{K} n\mathrm{i}}{2}=\frac{N}{2}=\frac{92}{2}=46$$

ثمّ نحدد الفئة الوسيطية أي الفئة التي يقع فيها الوسيط، وهي التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد الذي يساوي ترتيب الوسيط أو أكبر منه مباشرة، وفي هذا المثال الفئة الوسيطية هي **]168-164]**

ونحدد قيمة الوسيط بتطبيق العلاقة السابقة نجد:

$$M_e=164+\frac{46-40}{22}\times 4=165{,}09$$

ج-الطريقة الثالثة: الطريقة البيانية: إذ يمكن ايجاد الوسيط بيانيا، وذلك برسم، أما المنحنى التكراري المتجمع الصاعد أو النازل أو من خلال تقاطع كل من المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والنازل، حيث قيمة الوسيط تقع على محور الفواصل (المحور الأفقي) أما رتبة الوسيط فتقع على محور التراتيب (المحور العمودي).

4-خصائص الوسيط: يمكن تلخيص خصائص الوسيط في النقاط التالية:

- يتغيّر الوسيط كلّما غيّرنا أطوال الفئات بالنسبة لنفس التوزيع التكراري، إذا يتميّز الوسيط بعدم الثبات؛
- لا يتأثر الوسيط بالقيّم المتطرفة أو الشاذة؛
- يقسم المدرج التكراري إلى مساحتين متساويتين؛
- يمكن إستخدامه في حالة البيانات النوعية؛
- يمكن حسابه من الجداول التكرارية المفتوحة.

جامعة التكوين المتواصل

مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك

ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – الرصيد: 04 – المعامل: 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-

عنوان المقطع الخامس: مقاييس النزعة المركزية "المتوسطات".

❖ المنوال

أهداف المحور: في نهاية هذا الجزء من المقطع يصبح الطالب متمكنا من مختلف الصيغ الرياضية المتعلقة بالمنوال حسابيا وبيانيا وذلك حسب طبيعة البيانات المدروسة.

الفقرة 1: المنوال.

يعتبر المنوال المقياس الثالث من حيث الأهمية في مقاييس النزعة المركزية.

1-تعريف المنوال:

يمثل قيمة المتغيّر الإحصائي الأكثر انتشارا أو تكرارا لمجموعة من البيانات، ويمكن أن نجد أكثر من منوال واحد في نفس السلسلة للقيم، فنقول سلسلة ذات منوالين إذا توفر منوالان لسلسة واحدة أو متعددة المنوال في حالة وجود عدة منوالات كما يمكن أن لا نجد منوالا لسلسلة القيم. ويتم حسابه كما يلي:

2-حساب المنوال في حالة البيانات غير المبوبة:

يمثل المنوال في هذه الحالة القيمة الأكثر تكرارا.

<u>مثال تطبيقي:</u> أحسب المنوال للسلسلة التالية والتي تمثل الأجور الشهرية التي يتقاضاها عمال مؤسسة METRO:

14000-12000-10000-11000-9000-8000-9000-10000-9000-8000-6000

إذا قيمة المنوال هي: **M0=9000** لأنها القيمة الأكثر تكرارا (03 مرات)

3-حساب المنوال في حالة البيانات المبوبة:

ونميّز بين حالتين وهما

3-1-حالة البيانات المنفصلة (المتقطعة) (طول الفئات معدوم): في هذه الحالة يكون المنوال هو قيمة المتغير ذات التكرار المطلق الأكبر.

<u>مثال تطبيقي:</u> ليكن توزيع علامات الطلبة في مادة الإحصاء كالاتي:

النقاط x_i	عدد الطلبة n_i
05	04

06	08
08	09
09	18
10	10
12	**26**
13	16
14	11
المجموع	**102**

المطلوب: حساب المنوال.

حل المثال التطبيقي: المنوال هو العلامة الأكثر تكرارا من بين علامات الطلبة، إذا قيمة المنوال هي:

$$\boldsymbol{M_0 = 12}$$

3-2-حالة البيانات المستمرة (المتصلة) (طول الفئات أكبر من الصفر):

تسمى هذه الطريقة بطريقة الرافعة، وهذه الطريقة تسمى طريقة "كونغ"، وهو الباحث الإحصائي الذي استنتج طريقة الرافعة بالطريقة الفزيائية باستخدام القوى والذراع، أين اعتبر الفئة المنوالية دافعة ونقطة المنوال تمثل نقطة ارتكازها القوة، ولكن هذه الطريقة لا تستعمل بكثرة لإغفالها استخدام تكرار الفئة المنوالية في علاقتها الرياضية. التي تعطى بالعلاقة التالية:

$$M_0 = D + \frac{N_{i-1}}{N_{i-1} + N_{i+1}} * L$$

M_0	قيمة المنوال
D	الحد الأدنى للفئة المنوالية
L	طول الفئة المنوالية
N_{i+1}	التكرار اللاحق لتكرار الفئة المنوالية

N_{i-1}	التكرار السابق لتكرار الفئة المنوالية

مثال تطبيقي: لدينا جدول التالي يلخص توزيع مجموعة من اللاعبين فئة الأصاغر لكرة السلة حسب طول قامتهم بالسنتيمتر

المطلوب: حساب قيمة المنوال.

الفئات	]144-140]	]148-144]	]152-148]	]156-152]
التكرار المطلق n_i	4	18	6	2

حل المثال التطبيقي: نلاحظ أن أغلبية اللاعبين طول قامتهم تنتمي إلى الفئة [144-148[تسمى هذه الفئة: **فئة منوالية**.

وعليه فإن قيمة المنوال وفق العلاقة الرياضية السابقة هي:

$$M_0 = 144 + \frac{4}{4+6}.4 = 145.6$$

أو من خلال: تحديد الفئة المنوالية التي تقابل أكبر تكرار ثم تطبيق الصيغة الرياضية التالية وهي الأكثر اعتمادا واستخداما

$$M_0 = D + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} * L$$

M₀	قيمة المنوال
D	الحد الأدنى للفئة المنوالية
L	طول الفئة المنوالية
Δ_1	الفرق بين التكرار المقابل للفئة المنوالية والقيمة التي تسبقها
Δ_2	الفرق بين تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي تليها

مثال تطبيقي: نفس معطيات بالاعتماد على المثال السابق:

الفئات	]144-140]	]148-144]	]152-148]	]156-152]

التكرار المطلق n_i	4	18	6	2

<u>المطلوب:</u> حساب قيمة المنوال باستخدام الطريقة الثانية (العلاقة الثانية)

<u>حل المثال التطبيقي:</u> نلاحظ أن أغلبية اللاعبين طول قامتهم تنتمي إلى الفئة[144-148[تسمى هذه الفئة: **فئة منوالية.**

وعليه فإن قيمة المنوال هي:

$$M_0 = 144 + \frac{14}{14+12}4 = 146.15$$

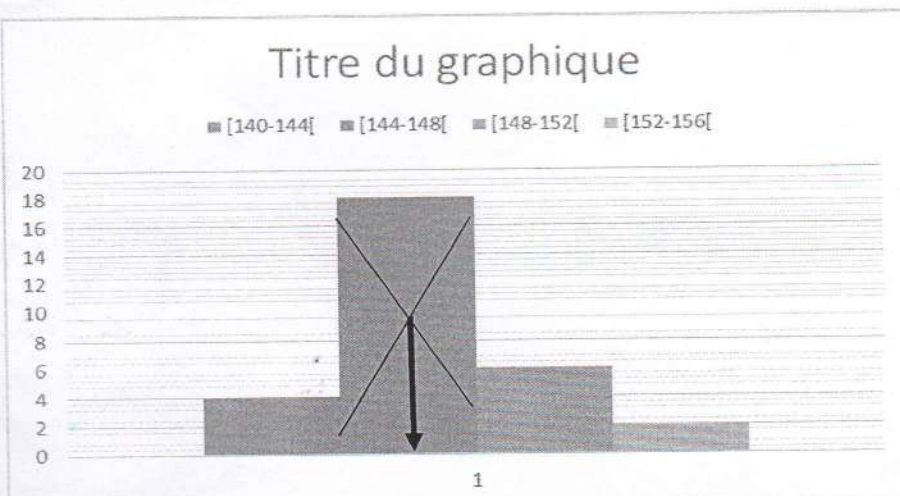
144: تمثل الحد الأدنى للفئة المنوالية؛

14: تمثل تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة السابقة (4-18=14)؛

12: تمثل تكرار الفئة المنوالية – تكرار الفئة اللاحقة (التي تليها) يعني (6-18=12)؛

4: تمثل طول الفئة المنوالية.

<u>كيفية إيجاد منوال هذه الفئة بيانيا:</u> يتحدد المنوال بيانيا باستخدام المدرج التكراري، وذلك بربط زوايا أعلى مضلع تكراري قطريا بزوايا المضلعات المجاورة له، ومن ثم إنزال خط عمودي من نقطة التقاء الخطوط القطرية على المحور الأفقي لتؤشر على قيمة المنوال.



<u>ملاحظة هامة:</u>

في حالة الجدوال غير متساوية المدى (طول الفئة غير متساوي في جميع الفئات)، يجب تعديل التكرارات المطلقة لحساب المنوال (حساب التكرار المعدل) لأنه المقياس الوحيد من المتوسطات (الوسط الحسابي، الوسيط) الذي يتأثر بعدم تساوي قاعدة المقارنة، لأنه يتحدد أصلا من خلال التكرار. أي نستخدم نفس الخطوات السابقة لتحديد المنوال ولكن إستخدام التكرار المعدل عوض التكرار العادي.

4- خصائص المنوال: تتمثل خصائص المنوال فيمايلي:

-لا يأخذ بعيم الإعتبار جميع البيانات المعطاة وبالتالي فهو لا يتأثر بالقيّم المتطرفة؛

-يمكن أن يكون أكثر من منوال لتوزيع واحد؛

-يمكن حساب المنوال من الجداول المفتوحة؛

-يعتبر أفضل المتوسطات لوصف الظواهر النوعية.

إستنتاجات هامة:

1-العلاقة بين الوسط الحسابي، الوسيط والمنوال: يقع الوسيط في كل الحالات بين الوسط الحسابي والمنوال، وذلك حسب الحلالات التالية:

- تكون قيّم المقاييس الثلاثة متساوية في هذه الحالة يكون التوزيع التكراري المدروس متماثل أو متناظر؛
- عندما يكون التوزيع التكراري غير متناظر من اليمين تكون قيمة الوسيط من قيمة المنوال وأقل من قيمة الوسط الحسابي؛
- وعندما يكون غير متناظر من اليسار تصبح قيمة الوسيط أكبر من الوسط الحسابي وأقل من قيمة المنوال.

2-نربط بين الوسط الحسابي $\overline{X}$ والوسيط Me والمنوال M0 بالعلاقة التالية:

$$\overline{X} - M_0 = 3(\overline{X} - M_e)$$

جامعة التكوين المتواصل
مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك
ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – الرصيد: 04 – المعامل: 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-

عنوان المقطع الثامن: مشتقات مقاييس النزعة المركزية " أشباه الوسيط".

❖ الربيعات-العشيرات و المؤينات

أهداف المحور: في نهاية هذا المقطع يصبح الطالب قادرا على التمييز بين مشتقات النزعة المركزية وعلى تحديد كل من الربيعات، العشيرات والمؤينات والتي تشبه في حسابها للوسيط إلى حد كبير (الإختلاف الموجود يكمن في الرتبة)

تمهيد:

تعني مقاييس النزعة المركزية عملية اختيار قيمة معيّنة لتمثيل مجموعة من القيّم والتعبير عنها لتعطي فكرة عامة عن مجموعة القيّم التي تنتمي إليها، أما فكرة الربيعات والعشيرات والمؤينات فهي تعتمد أساسا على فكرة الوسيط، فالوسيط كما عرفناه سابقا هو القيمة التي تقسم المجموعة إلى قسمين متساويين، وعندما نقسم القيّم إلى أربعة أجزاء متساوية نحصل على الربيعات، وإذا قمنا بتقسيمها إلى عشرة نحصل على العشيرات وإذا قمنا بتقسيمها إلى مئة جزء متساوي نحصل على المؤينات.

الفقرة 1: الربيعات Qi

تعتبر الربيعات من بين مشتقات مقاييس النزعة المركزية.

1-تعريف الربيعات Qi:

هي عبارة عن ثلاثة قيّم، تقسم التوزيع إلى أربعة أقسام متساوية وهي: الربيع الأول ويمثل 25%، الربيع الثاني وهو الوسيط ويمثل 50%، أما الربيع الثالث فيمثل 75% من المجتمع الإحصائي، ونرمز للربيعات بـ Qi حيث i=1,2,3.

2-حساب الربيعات في حالة البيانات غير المبوبة:

نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة الربيع، أي موقع الربيع وهو يعطى كالتالي:

$$C_i = N\frac{i}{4}$$

حيث: i رمز الربيع المطلوب حسابه؛

__مثال تطبيقي رقم (01)__: إليك البيانات بعدما تم ترتيبها تصاعديا: 2، 4، 5، 8، 10، 13، 15،

__المطلوب:__ حساب كل من: الربيع الأول والربيع الثاني والربيع الثالث.

حل المثال التطبيقي رقم (01):

الربيع الأول: نقوم بحساب الرتبة،

$$C_1 = 7\frac{1}{4} = 1,75 \cong 2$$

وعليه قيمة الربيع الأول تقع في الترتيب الثاني، إذن: $Q_1 = 7$

الربيع الثاني:

$$C_2 = N\frac{2}{4} = 7\frac{2}{4} = 3,5 \cong 4$$

$$Q_2 = 8$$

الربيع الثالث (الأعلى):

$$C_3 = N\frac{3}{4} = 7\frac{3}{4} = 5,25$$

$$Q_3 = 10$$

ملاحظة هامة: وهناك طريقة أخرى لتحديد الربيعات، حيث نستعمل نفس الطريقة المتبعة لإيجاد الوسيط وذلك بأخذ بعين الإعتبار إذا كان n فردي أو زوجي، مع مراعاة رتبة كل ربيع. وذلك بإتباع الخطوات التالية:

في حالة n فردي:

-حساب الترتيب التصاعدي للقيم؛

-حساب الرتبة: **C=i (n+1)/4** حيث: i رمز الربيع المطلوب حسابه

-نستخرج قيمة الربيع حسب الرتبة من القيم المرتبة تصاعديا

في حالة n زوجي:

-حساب الترتيب التصاعدي للقيم؛

-حساب الرتبة: **C=i (n+1)/4** حيث: **i** رمز الربيع المطلوب حسابه، وهنا الرتبة تظهر بالفاصلة أو برتبتين:

$$\mathbf{C_2 = i(n)/4 + 1} \qquad \mathbf{C_1 = i(n)/4}$$

-نستخرج قيمة الربيع حسب الرتبة من القيم المرتبة تصاعديا

مثال تطبيقي رقم (02): أوجد الربيع الأول والثالث في السلسة الإحصائية التالية: 10-6-3-11-5-12-9

حل المثال التطبيقي رقم (02):

الترتيب التصاعدي للقيَم: 3-5-6-9-10-11-12

N=7عدد فردي ومنه:

- رتبة الربيع الأول: **C=n+1/4 =8/4=2**

الربيع الأول: **Q₁ = 5** معناه أن **25 %**من البيانات أقل من **5** و **75%** أكثر من **5**

- رتبة الربيع الثالث: C= 3(n+1)/4 = 3(7+1)/4=6

الربيع الثالث: **Q_3 = 11** معناه أن **75 %**من البيانات أقل من **11** و **25%** أكثر من **11**

3-حساب الربيعات في حالة البيانات المبوبة: نميّز بين حالتين هما:

1-3-حالة بيانات كمية متقطعة: في هذه الحالة يتم استبدال N بمجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{k} n_i$ بمعنى أنه نستعمل نفس الطريقة لإيجاد الوسيط في حالة البيانات المبوبة، غير أن الذي يتغيّر هو الرتبة وما يترتب عنها.

نحسب الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=4 في الربيعات

i يمثل رمز الربيع المطلوب حسابه

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها.

مثال تطبيقي رقم (03): إليك نتائج دراسة استطلاعية حول عدد منتجات مؤسسة صناعية.

المجموع	8	7	6	5	4	3	2	1	0	x_i
1800	35	73	145	233	414	414	269	146	71	n_i
	1800	1765	1692	1547	1314	900	486	217	71	$N\uparrow$

المطلوب: حساب الربيع الأول، الربيع الثاني والربيع الثالث

حل المثال التطبيقي رقم (03):

-الربيع الأول:

$$C_1 = 1\frac{1800}{4} = 450$$

بالعودة إلى التكرار المتجمع الصاعد نحدد الرتبة وعليه يمكننا الحصول على قيمة الربيع الأول تساوي **2**

وهي القيمة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد يساوي 450 أو الأكبر منه مباشرة، وفي هذه الحالة الأكبر منه مباشرة أي الربيع الأول يقابل ت م ص يساوي 486

$Q_1 = 2$

-الربيع الثاني:

$$C_2 = \frac{2}{4}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{2}{4}1800 = 900$$

ومنه قيمة الربيع الثاني هي: $Q_2 = 3$ التي تقابل ت م ص يساوي 900

-الربيع الثالث:

$$C_3 = \frac{3}{4}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{3}{4}1800 = 1350$$

التي تقابل ت م ص يساوي $Q_3 = 51547$ ومنه قيمة الربيع الثالث هي

3-2- حالة بيانات كمية مستمرة: تجد الإشارة في هذه الحالة أنه يتم حساب الربيعيات تتم بنفس طريقة إيجاد الوسيط في حالة المتغيّرة الكمية المتصلة ومنه يتم حساب:

أولا: الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=4 في الربيعات

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها، وذلك بتحديد الفئة الربيعية ثم نحسب بالصيغة التالية: $Qi = D + \frac{C - N_{i-1}^{+}}{n_i} * L$

Q	القيمة المراد حسابها في الربيعات
D	الحد الأدنى للفئة الربيعية
$C = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$	الرتبة المراد ايجادها
L	طول هذه الفئة
N_{i-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب القيمة $\frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$
n_i	التكرار المطلق للفئة الربيعية

<u>مثال تطبيقي رقم (04)</u>: الجدول التكراري الآتي يبيّن العمر الذي أصيب فيه 1000 شخص بمرض السكري لأول مرة، فكانت النتائج كما يلي:

$N\uparrow$	n_i	**الفئات**
55	55	]15-10]
170	115	]20-15]
370	200	]25-20]
450	80	]30-25]
600	150	]35-30]
725	125	]40-35]
825	100	]45-40]
1000	175	]50-45]
	1000	

<u>المطلوب:</u> حساب كل من الربيع الأول والثالث.

حل المثال التطبيقي رقم (04):

-حساب الربيع الأول:

$$C_i = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_1 = \frac{1}{4}1000 = 250$$

نقارن رتبة الربيع الأول (250) مع ت م ص فنحصل على الفئة الربيعية الأولى **20-25**

$$Q_1 = 20 + \frac{250 - 170}{200} \times 5$$

Q1=22

-حساب الربيع الثالث:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_3 = \frac{3}{4}1000 = 750$$

نقارن الرتبة 750 للربيع الثالث مع عمود ت م ص فنجد الفئة الربيعية الثالثة **40-45**

$$Q_3 = 40 + \frac{750 - 725}{100} x5 = 41.25$$

الفقرة 2: العشيرات D

1-تعريف العشيرات D

وهي تسعة قيَم تقسم المجتمع الإحصائي إلى عشرة أجزاء متساوية، كل جزء يسمى العشير، ونرمز للعشيرات بالرمز d_i حيث: **i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10**

2-حساب العشيرات في حالة البيانات غير المبوبة: نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب الرتبة بالعلاقة التالية:

$$C_i = N\frac{i}{10}$$

<u>مثال تطبيقي رقم (05)</u>: نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (01).

<u>المطلوب</u>: حساب كل من العشير الأول، العشير السادس والعشير التاسع.

<u>حل المثال التطبيق رقم (05):</u>

حساب العشير الأول:

$$C_1 = N\frac{1}{10}$$

$$C_1 = 7\frac{1}{10} = 0{,}7 \cong 1$$

وعليه قيمة العشير الأول تقع في الترتيب الأول في السلسة المرتبة للقيم وهي $d_1=2$
بنفس الطريقة يمكننا الحصول مثلا على العشير السادس، والعشير التاسع

-حساب العشير السادس:

$$C_6 = N\frac{6}{10} = 7\frac{6}{10} = 4{,}2$$

وعليه: $d_6 = 8$

-حساب العشير التاسع:

$$C_9 = N\frac{9}{10} = 7\frac{9}{10} = 6{,}3$$

وعليه: $d_9=13$

ملاحظة هامة: ويمكن حساب العشيرات بطريقة أخرى وذلك باتباع نفس خطوات الربيعات كما تم التطرق إليه سابقا (الطريقة الثانية لحساب الربيعات باعتماد **n** فردي أو زوجي).

مثال تطبيقي رقم (06): ليكن لدينا السلسلة الإحصائية التالية: 20-22-24-26-21-25-30-36

المطلوب: حساب العشير الأول و العشير التاسع

حل المثال التطبيقي رقم (06):

-نرتب القيّم تصاعديا وتصبح لدينا: 20-21-22-24-25-26-30-36

-حساب العشير الأولD1

$C = i(N+1)/10 \longrightarrow$ N=8 عدد زوجي إذن الرتبة **C= n+1/10 = 8+1/10 = 0.9 = 1**

العشير الأول هو القيمة التي نرتيبها 1 أي **D_1= 20**

-حساب العشير التاسع D_9

C= 9(n+1)/10 = 9.9/10 =81/10 = 8,1=8

ومنه العشير التاسع هو القيمة التي ترتيبها 8 في السلسة المرتبة أي D9 تساوي 36 $D_9=36$

3-حساب العشيرات في حالة البيانات المبوبة:

1-3-البيانات الكمية المتقطعة: في هذه الحالة يتم استبدال N بمجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{k} n_i$ بمعنى أنه نستعمل نفس الطريقة لإيجاد الوسيط في حالة البيانات المبوبة، غير أن الذي يتغيّر هو الرتبة وما يترتب عنها.

نحسب الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=10 في العشيرات

i يمثل رمز العشير المطلوب حسابه
ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها.

<u>مثال تطبيقي رقم (07)</u>: نفس معطيات المثال السابق رقم (03)، ويطلب منك حساب العشير السادس والتاسع.

<u>حل المثال تطبيقي رقم (07)</u>:

<u>-العشير السادس:</u>

$$C_6 = \frac{6}{10}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{6}{10}1800 = 1080$$

بالعودة إلى التكرار المتجمع الصاعد نحدد الرتبة وعليه يمكننا الحصول على قيمة العشير السادس $d_6 = 4$

<u>-العشير التاسع:</u>

$$C_9 = \frac{9}{10}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{9}{10}1800 = 1620$$

$$d_9 = 6$$

2-3-البيانات الكمية المستمرة: في هذه الحالة يتم حساب العشيرات تتم بنفس طريقة إيجاد الوسيط في حالة المتغيّرة الكمية المتصلة ومنه يتم حساب:

أولا: الرتبة:

$$\boldsymbol{C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

K=10 في العشيرات، i رمز العشير المطلوب حسابه
ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها، وذلك بتحديد الفئة العشيرية ثم نحسب بالصيغة التالية:

$$di = D + \frac{C - N_{i-1}^{+}}{n_i} * L$$

القيمة المراد حسابها في العشيرات	d
الحد الأدنى للفئة المعينة العشيرية	D
الرتبة المراد ايجادها	$C = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$
طول هذه الفئة	L

N_{i-1}^{+}	التكرار المتجمع السابق لترتيب القيمة $\frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$
n_i	التكرار المطلق للفئة العشيرية

<u>مثال تطبيقي رقم (08)</u>: نفس معطيات المثال السابق رقم (04)، ويطلب منك حساب العشير الرابع والتاسع.

<u>حل المثال تطبيقي رقم (08)</u>:

-حساب العشير الرابع:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_4 = \frac{4}{10}1000 = 400$$

فئة العشير الرابع هي]30 - ٢٧]

$$d_4 = \mathrm{D} + \frac{\mathrm{C} - \mathrm{N}_{\mathrm{I}-1}^{+}}{\mathrm{n_i}} * \mathrm{L} = 25 + \frac{400 - 370}{80}5 = 26.87$$

-حساب العشير التاسع:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i = C_9 = \frac{9}{10}1000 = 900$$

فئة العشير التاسع]٥0 - ٤٧]

$$d_9 = \mathrm{D} + \frac{\mathrm{C} - \mathrm{N}_{\mathrm{I}-1}^{+}}{\mathrm{n_i}} * \mathrm{L} = 45 + \frac{900 - 825}{175}5 = 47,14$$

الفقرة 3: المؤينات C

1-تعريف المؤينات C

يمكننا تقسيم أي مجموعة من البيانات إلى 100 قسم متساوية بعد ترتيبها تصاعديا، يفصل بين كل قسم وقسم ما يسمى بالمؤين ونرمز للمؤينات بـ c_i حيث:

i=1,2,3,4,5,6,7,8,9,10……100

فالمؤين الأول هو القيمة الواقعة عند 1/100 من قيّم المعطيات، والمؤين 70 هي القيمة مثلا التي تقع عند 70/100 وهكذا......

2-حساب المؤينات في حالة البيانات غير المبوبة: نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة المؤين:

$$C_i = N\frac{i}{100}$$

مثال تطبيقي رقم (09): بالإعتماد على نفس معطيات المثال التطبيقي رقم (01)، ويطلب منك حساب المؤين 45 و المؤين 99

12، 13، 10، 8، 1، 14، 2

حل المثال التطبيقي رقم (09):

رتبة المؤين الخامس والأربعون: نقوم بترتيب القيم تصاعديا، ثم نقوم بحساب رتبة المؤين الخامس والأربعون:

$$C_{45} = N\frac{45}{100}$$

$$C_{45} = 7\frac{45}{100} = 3,15$$

وعليه: موقع المؤين 45 هو الترتيب الثالث في السلسلة المرتبة : $C_{45} = 5$

-رتبة المؤين التاسع والتسعون:

$$C_{99} = N\frac{99}{100} = 7\frac{99}{100} = 6,93 \approx 7$$

وعليه قيمة المؤين 99 في المركز السابع في السلسلة المرتبة: $C_{99} = 15$

ملاحظة هامة: وهنا كذلك يمكن حساب المؤينات بطريقة أخرى مثل الربيعات والعشيرات وذلك باختلاف الرتبة: **i(n+1)/100** وذلك بالإعتماد على **n** فردي أو زوجي كما تمّ توضيحه سابقا.

مثال تطبيقي رقم (10): أوجد المؤين 65 والمؤين 70 للسلسلة التالية: 10-6-3-11-5-12-9

حل المثال التطبيقي رقم (10): نرتب القيّم تصاعديا وتصبح لدينا: 3-5-6-9-10-11-12

N=7 عدد القيّم فردي إذن:

رتبة المؤين 65 هي: **C=65 (n+1)/100= 65 (7+1)/100 = 5.2 = 5**

ومنه المؤين 65 هي القيمة التي تقع في المركز الخامس في السلسلة المرتبة **وهو** $C_{65} = 10$

رتبة المؤين 70 **C= 70 (7+1)/100 = 5.6 = 6**

ومنه المؤين 70 هي القيمة التي تقع في المركز السادس في السلسلة المرتبة **وهو** $C_{70} = 11$

3-حساب المؤينات في حالة البيانات المبوبة: نميّز بين حالتين:

1-3-حالة بيانات كمية متقطعة: في هذه الحالة يتم استبدال N بمجموع التكرارات $\sum_{i=1}^{k} n_i$ بمعنى أنه نستعمل نفس الطريقة لإيجاد الوسيط في حالة البيانات المبوبة، غير أن الذي يتغيّر هو الرتبة وما يترتب عنها.
نحسب الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=100 في المؤينات

i يمثل رمز المؤين المطلوب حسابه

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها.

<u>مثال تطبيقي رقم (11)</u>: نفس معطيات المثال السابق رقم (03)، ويطلب منك حساب المؤين 85.

<u>حل المثال التطبيقي رقم (11)</u>:

-رتبة المؤين الخامس والثمانون هي:

$$C_{85} = \frac{85}{100}\sum_{i=1}^{k} n_i = \frac{85}{100}1800 = 1530$$

لما نقارن الرتبة 1530 مع قيّم التكرار المتجمع الصاعد فنحصل على قيمة المؤين 85 التي تقابل القيمة الأكبر منها مباشرة أي: $C_{85} = 5$

3-2-حالة بيانات كمية مستمرة: في هذه الحالة يتم حساب المؤينات بنفس طريقة إيجاد الوسيط في حالة المتغيّرة الكمية المتصلة ومنه يتم حساب:

أولا: الرتبة:

$$C_i = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$$

K=100 في المؤينات، i رمز المؤين المطلوب حسابه

ثم نبحث عن الرتبة في التكرار المتجمع الصاعد ونستخرج القيمة المقابلة لها، وذلك بتحديد الفئة المؤينية ثم نحسب بالصيغة التالية:

$$Ci = D + \frac{C - N_{I-1}^{+}}{n_i} * L$$

القيمة المراد حسابها في المؤينات	C
الحد الأدنى للفئة المؤينية	D
الرتبة المراد ايجادها	$C = \frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$
طول هذه الفئة	L
التكرار المتجمع السابق لترتيب القيمة $\frac{i}{k}\sum_{i=1}^{k} n_i$	N_{i-1}^{+}

جامعة التكوين المتواصل
مراكز التكوين المتواصل

مقياس الإحصاء 1

السنة الأولى ليسانس جذع مشترك
ليسانس عن بعد-تخصص محاسبة ومالية

وحدة التعليم: منهجية – الرصيد: 04 – المعامل: 02

طريقة التقييم: 50% تقييم متواصل (30% أرضية تعليمية - 20% تجمعات دورية)

50 % إمتحان حضوري

من إعداد الأستاذة:

- د. أمزيان أنيسة (أستاذة محاضرة قسم أ)

السنة الجامعية: 2020-

عنوان المقطع التاسع: مقاييس التشتت

أهداف المحور: في نهاية هذا المقطع يتمكن الطالب من التحكم في مختلف الأدوات التحليلية التي تسمح بدراسة تجانس البيانات من عدمه، وكذل مدى تباعد القيّم (تشتتها) عن مركزها (المتوسطات التي تمّ التطرق إليها سابقا).

تمهيد:

تستخدم مقاييس التشتت لتعكس نمط الإختلافات بين المشاهدات، فقد تكون المجموعات مختلفة من البيانات نفس المتوسط أو نفس الوسيط ولكنها تختلف من حيث درجة تركزها أو تباعدها عن المتوسط، لذلك فإن مسألة تجانس البيانات من الأشياء الهامة جدا في الإحصاء فمن الهام جدا أن نعرف أن البيانات التي تم جمعها متجانسة أو غير متجانسة لذلاك مقاييس التشتت تحدد لنا تجانس البيانات من عدمه.

الفقرة 1: مقاييس التشتت المطلقة.

وهي مقاييس التشتت غير النسبية، تعبر عن قيّم صحيحة مطلقة أهمها:

1-تعريف المدى العام:

هو أبسط مقياس لقياس التشتت، وهو عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة وأصغرها في المجموعة، فهو مقياس غير دقيق في معناه ومدلوله. ولحسابه نتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا؛

الخطوة الثانية: نوجد أعلى قيمة في القيم Max واقل قيمة في القيم Min فيكون المدى يساوي:

$$w = X_{max} - X_{min}$$

كلما زادت قيمة المدى كلما كانت القيم غير متجانسة والعكس صحيح.

<u>مثال تطبيقي رقم (01)</u>: أحسب المدى العام للقيّم التالية: 20-25-35-60-40-75-27-30-55.

<u>حل المثال التطبيقي رقم (01)</u>: أعلى قيمة 75 وأقل قيمة 20 فيكون المدى: w=75-20=55

2-المدى الربيعي Q:

هو الفرق بين الربيع الثالث والربيع الأول، أما الإنحراف الربيعي فهو نصف المدى الربيعي أي:Q/2.

يمثّل المدى الربيعي القيّم الوسطى، فهو أيضا أنتقد من طرف الإحصائيين، لأنه يأخذ بعين الإعتبار القيّم ما بين الربيع الثالث والأول، أي يأخذ 50% فقط من القيّم ويهمل بقية القيّم بما فيها القيّم المتطرفة. ورغم ذلك يعتبر أحسن مقياس تشتت في حالة الجداول المفتوحة (حالة الكمي المستمر) وأحسن مقياس في حالة البيانات غير المبوبة ذو القيّم المتطرفة (الشاذة).

<u>مثال تطبيقي رقم (02)</u>: السلسة الإحصائية التالية تبيّن مداخل 11 وحدة إحصائية:800_1400_1300_1200_1300_700_900_1000_900_1100_1100.

المطلوب: حساب نصف المدى الربيعي وما هو مدلوله.

حل المثال التطبيقي رقم (02):

أولا نقوم ترتيب القيّم تصاعديا لحساب كل من الربيع الأول والثالث:

1400_1300_1300_1200_1100_1100_1000_900_900_800-700

عدد القيّم n=11 عدد فردي، ومنه: رتبة الربيع الأول **3 =(11+1)/4**

إذن قيمة الربيع الأول هي التي تقع في المرتبة الثالثة في السلسلة المرتبة أي **الربيع الأول = 900** $Q_1 = 900$

رتبة الربيع الثالث **9 =3(11+1)/4، إذن قيمة الربيع الثالث هي 1300.** $Q_3 = 1300$

المدى الربيعيQ = الربيع الثلث – الربيع الأول = 1300-900=400

ومنه: نصف المدى الربيعي= Q/2= 400/2 = 200

المدلول: يمكن القول أن نصف المداخيل تبعد في المتوسط عن الوسيط بأقل من 200

3-الإنحراف المتوسط:

يمثل أحد مقاييس التشتت الأقل استخداما، فهو الوسط الحسابي لفروقات القيم عن وسطها الحسابي بالقيمة المطلقة، وتختلف طريقة حسابه باختلاف طريقة تقديم البيانات.

4-حساب الإنحراف المتوسط في حالة بيانات غير مبوبة: إذا كانت لدينا القيم التالية: $X_1, X_2X_3 \ldots\ldots X_k$، فإن انحرافها المتوسط يعطي بالمعادلة التالية:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left|\left(X_i - \overline{X}\right)\right|}{N}$$

مثال تطبيقي رقم (03): إليك القيم التالية لإيجاد الإنحراف المتوسط: 6، 4، 16، 5، 21، 10

حل المثال التطبيقي رقم (03):

$$\overline{X} = \frac{1}{6}(10 + 21 + 5 + 16 + 4 + 6) = \mathbf{10,33}$$

ومنه:

$$e = \frac{1}{6}[|10 - 10,33| + |21 - 10,33| + |5 - 10,33| + |16 - 10.33| + |4 - 10.33| + |6 - 10.33|] = \mathbf{5,44}$$

5-حساب الإنحراف المتوسط في حالة بيانات مبوبة: إذا كانت لدينا البيانات التالية: $X_1, X_2X_3 \ldots\ldots X_k$، تكراراتها على التوالي :

$n_1, n_2, n_3, \dots \dots \dots . n_k$ فإن انحرافها المتوسط يعطي كالتالي:

1-5-حالة البيانات الكمية المتقطعة:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{k} |(X_i - \overline{X})| * ni}{N}$$

Σni

مثال تطبيقي رقم (04): ليكن التوزيع التكراري التالي والمطلوب هو حساب الإنحراف المتوسط.

$n_i\|(X_i - \overline{X})\|$	$\|(X_i - \overline{X})\|$	$n_i x_i$	n_i	x_i
23,52	5,88	28	04	07
14,40	2,88	50	05	10
0,72	0,12	78	06	13
24,96	3,12	128	08	16
12,24	6,18	38	02	19
75,84		**322**	**25**	**المجموع**

$$\overline{X} = \frac{322}{25} = \mathbf{12,88}$$

$$e = \frac{75,84}{25} = \mathbf{3,03}$$

2-5-حالة البيانات الكمية المستمرة:

تجدر الإشارة إلى أنه في حالة البيانات التي مدى فئاتها أكبر من الصفر، يتم استخدام مراكز الفئات C_i وتكون معادلة الإنحراف المتوسط كمايلي:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i |(C_i - \overline{X})|}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

ملاحظة: الخاصية الإيجابية للإنحراف المتوسط أنه يأخذ جميع القيم، لذلك درجة تأثره بالقيم الشاذة ضعيفة على عكس المدى، ولكن لا يستعمل هذا المقياس بشكل واسع لأنه يأخذ بعين الإعتبار القيمة المطلقة في حسابه، ويحوّل القيّم السالبة إلى موجبة مما يفقد النتيجة مصداقيتها.

6-التباين والانحراف المعياري.

1-6-التباين: هو عبارة عن وسط حسابي لمربعات الفروق بين قيّم المتغيّر الإحصائي والوسط الحسابي وهو يختلف حسب طبيعة المتغيّر.

أ/حساب التباين في حالة البيانات غير المبوبة: إذا كانت لدينا القيم التاليةX_k............$X_1, X_2 X_3$، فإن تباينها يعطى بالمعادلة التالية:

علاقة التعريف للتباين:

$$v(x) = \partial^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{N}$$

العلاقة المختصرة للتباين (بعد نشر الجداء الشهير في علاقة التعريف):

$$v(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k}(X_i)^2 - \overline{X}^2$$

مثال تطبيقي رقم (05): إليك البيانات التالية: 6، 4، 16، 5، 21، 10 والمطلوب هو حساب قيمة التباين.

$$\overline{X} = \frac{1}{6}(10 + 21 + 5 + 16 + 4 + 6) = 10,33$$

ومنه:

$$v(x) = \frac{1}{6}[(10 - 10,33)^2 + (21 - 10,33)^2 + (5 - 10,33)^2 + (16 - 10,33)^2 + (4 - 10,33)^2 +](6 - 10,33)^2 = \mathbf{38,89}$$

ب/حساب التباين في حالة البيانات المبوبة: إذا كانت لدينا البيانات التالية: $X_1, X_2 X_3 \ldots\ldots\ldots X_k$، تكراراتها على التوالي $n_1, n_2, n_3, \ldots\ldots\ldots.n_k$ فإن التباين يعطى كالتالي:

ب-1/ حالة البيانات الكمية المتقطعة: حسب هذه الحالة هناك طريقتين لتحديد قيمة التباين:

-الطريقة الأولى: علاقة التعريف

$$v(x) = \partial^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$$

-الطريقة الثانية:العلاقة المختصرة

$$v(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{k} n_j}\sum_{i=1}^{k} n_i(X_i)^2 - \overline{X}^2$$

مثال تطبيقي رقم (06): إذا كانت علامات 30 طالب في أحد الإختبارات ملخصة في الجدول التالي:

$n_i\left[(X_i - \overline{X})\right]^2$	$\left[(X_i - \overline{X})\right]^2$	$n_i x_i$	n_i	x_i
40,56	6,76	24	06	04
2,88	0,36	48	08	06
1,60	0,16	70	10	07
23,04	5,76	36	04	09

23,12	11,56	20	02	10
91,20		**198**	**30**	**المجموع**

بتطبيق علاقة التعريف لتحديد التباين تحصلنا:

$$v(x) = \partial^2 = \frac{91{,}20}{30} = \mathbf{3{,}04}$$

ب-2/حالة البيانات الكمية المستمرة:

تجدر الإشارة إلى أنه في حالة البيانات التي مدى فئاتها أكبر من الصفر، يتم استخدام مراكز الفئات C_i وتكون معادلة التباين كمايلي: حيث: مركز الفئة هو: xi =ci

علاقة التعريف:

$$v(x) = \partial^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{\sum_{i=1}^{k} n_i} = \frac{\Sigma(C_i - \overline{X})^2 n_i}{\Sigma n_i}$$

C_i

العلاقة المختصرة:

$$v(x) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{k} n_j}\sum_{i=1}^{k} n_i(X_i)^2 - \overline{X}^2$$

<u>مثال تطبيقي رقم (07):</u> ليكن لدينا التوزيع التكراري التالي في شكل فئات، المطلوب حساب قيمة التباين بإستخدام العلاقة المختصرة، فنحصل على ما يلي:

Xi2* ni	Xi2	Xi*ni	مراكز الفئاتxi	التكرار	الفئات
112	16	28	4	7	6-2
576	64	72	8	9	10-6
2160	144	180	12	15	14-10
5120	256	320	16	20	18-14
4800	400	240	20	12	22-18
4608	576	192	24	8	26-22
2352	784	84	28	3	30-26
19728		**1116**		**74**	**المجموع**

الوسط الحسابي = 1116/74=15,08

التباين = 19728/74 –$(15,08)^2$ = 40,99

6-2-الإنحراف المعياري:

يعتبر الإنحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت ويرمز له بالرمز سيقما ∂ أو SD ويعرف بأنه الجذر التربيعي للتباين ∂^2 ويحسب بالطريقة التي تم حساب التباين بها. وكلما كان الإنحراف المعياري أكبر كلما دلّ ذلك على عدم تجانس المشاهدات.

يعتبر الإنحراف المعياري من أهم مقاييس التشتت لأنه يستعمل في حساب عدة مؤشرات: معامل الإرتباط، تحديد أشكال التوزيعات الإحصائية و الإحتمالية .....ألخ؛

معرفة طبيعة توزيع أفراد العينة، أي مدى انسجامها؛

يفيدنا في مقارنة مجموعة بمجموعة أخرى.

أ/حساب الإنحراف المعياري في حالة البيانات غير المبوبة: إذا كانت لدينا القيم التالية: $X_1, X_2X_3 .... X_k$ فإن انحرافها المعياري يعطى بالمعادلة التالية:

$$\partial = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(X_i - \overline{X}\right)^2}{N}} = \sqrt{v(x)}$$

<u>مثال تطبيقي رقم (08)</u>: إليك البيانات التالية: 6، 4، 16، 5، 21، 10 والمطلوب هو حساب قيمة الإنحراف المعياري

$$\overline{X} = \frac{1}{6}(10 + 21 + 5 + 16 + 4 + 6) = 10{,}33$$

و هذه قيمة التباين:

$$v(x) = \mathbf{38,89}$$

$$\partial = \sqrt{= \frac{1}{6}[(10 - 10{,}33)^2 + (21 - 10{,}33)^2 + (5 - 10{,}33)^2 + (16 - 10{,}33)^2 + (4 - 10{,}33)^2 +](6 - 10{,}33)^2}$$
$$= \mathbf{6.23}$$

ب/حساب الإنحراف المعياري في حالة البيانات المبوبة:

إذا كانت لدينا البيانات التالية: $X_1, X_2X_3 .... X_k$ تكراراتها على التوالي $n_1, n_2, n_3, \dots \dots \dots . n_k$، فإن الإنحراف المعياري كالتالي:

ب-1/ حالة البيانات الكمية المتقطعة: في هذه الحالة نعتمد على العلاقة التالية:

$$\partial = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 * n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

<u>مثال تطبيقي رقم (09)</u>: بإستخدام نفس معطيات المثال رقم (06)، المطلوب هو حساب قيمة الإنحراف المعياري

$n_i\left[(X_i-\overline{X})\right]^2$	$\left[(X_i-\overline{X})\right]^2$	n_ix_i	n_i	x_i
40,56	6,76	24	06	04
2,88	0,36	48	08	06
1,60	0,16	70	10	07
23,04	5,76	36	04	09
23,12	11,56	20	02	10
91,20		**198**	**30**	**المجموع**

$$\sqrt{v(x)} = \partial = \sqrt{\frac{91,20}{30}} = 1,74$$

ب-2/حالة البيانات المستمرة: تجدر الإشارة إلى أنه في حالة البيانات التي مدى فئاتها أكبر من الصفر، يتم استخدام مراكز الفئات C_i وتكون معادلة الإنحراف المعياري كمايلي:

$$\partial = \sqrt{v(x)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}\left(C_i-\overline{X}\right)^2 * n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}}$$

ملاحظات هامة:

-مقياس التشتت المناسب في حالة البيانات غير المبوبة لسلسلة عديمة القيّم المتطرفة هو الانحراف المعياري، إن هذا الأخير أحسن مقياس تشتت ويعتبر من أهم مقاييس الانتشار ويتعامل به في أغلب الحالات؛

-يأخذ الانحراف المعياري في الحسبان جميع القيم، كما أن قيمته صغيرة وبالتالي يمكن أن تعطي خلاصة واضحة عن مدى تباعد القيم، إذ كلما كانت هذه القيمة صغيرة دل ذلك على أن القيم ليست متباعدة عن الوسط الحسابي وبالتالي فهي أقل تشتتا ووسطها الحسابي يمثلها تمثيلا جيداء، وعلى العموم يمكننا القول أن القيم غير مشتتة إذا كان الانحراف المعياري يمثل أقل من 20% من وسطها الحسابي.

الفقرة 2: مقاييس التشتت النسبية.

وهي المقاييس التي تصلح لقياس التشتت بين الظواهر التي ليس لها نفس الوحدات على شكل نسب مئوية، أهمها:

1-الإنحراف الربيعي النسبي: ويطلق عليه المتوسط الربيعي وهو النسبة بين المدى الربيعي والوسيط مضروبا في مئة، نستخدم المتوسط الربيعي كأحسن مقياس لقياس التشتت في حالة الجداول المفتوحة وأيضا لقياس تشتت السلسلة غير المبوبة التي تضم قيّم متطرفة.

$$E_{Qp} = \frac{Q_3 - Q_1}{Me} x100$$

ملاحظة:

1-الانحراف المتوسط = أربعة أخماس الانحراف المعياري أي:

$$e = \frac{4}{5}\partial$$

2-المدى الربيعي هو 1,34 الإنحراف المعياري $Q_3 - Q_1 = 1.34\ \partial$

2-معامل التغيّر:

وهو أحد مقاييس التشتت النسبية الذي يستعمل كذلك لحساب تشتت الجداول المفتوحة ومقارنتها ويعطى بالصيغة التالية:

$$CV = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} x100$$

3- معامل الإختلاف: هو عبارة عن النسبة المئوية للإنحراف المعياري على الوسط الحسابي، ويعطى بالمعادلة التالية:

$$cv = \frac{\partial}{\overline{\overline{X}}}100$$

ويعتبر معامل الإختلاف أحد مقاييس التشتت النسبية، ويستخدم للمقارنة بين مجموعتين أو أكثر لمعرفة أيهما نقول تشتت قوي، وإذا 50%أكثر تشتتا وخاصة المجموعات غير المتجانسة. إذا كان معامل الإختلاف أكبر من نقول تشتت **50%** نقول تشتت متوسط، أما إذا كان معامل الإختلاف أقل من **50%**كان معامل الإختلاف يساوي . ضعيف.

مثال تطبيقي رقم (10): إيجاد أي الدولتين المبينة في الجدول التالي هي أقل تشتتا في توزيع الدخل.

الدولة	متوسط الدخل	الإنحراف المعياري
A	2100	1100
B	1300	850

حل المثال التطبيقي رقم (10):

بتطبيق صيغة معامل الاختلاف نحصل على ما يلي:

$CV_A = (1100/2100)*100=52.38\%$

$CV_B = (850/1300)*100=65.38\%$

أي ان التشتت في توزيع الدخل في الدولة (A) هو أقل مما عليه في الدولة (B) وبالتالي فإن الدولة (A) أكثر عدالة في توزيعها للدخل على المجتمع.